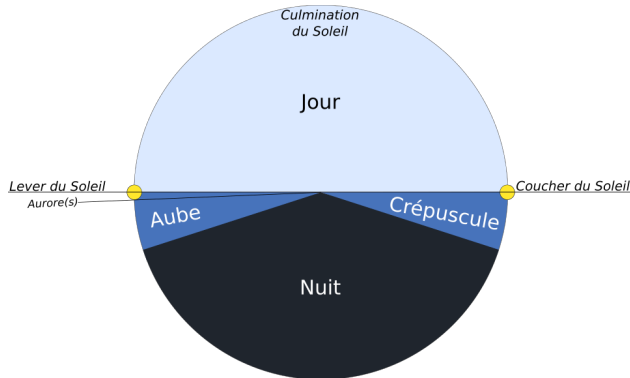


# CALCUL DE LA DURÉE DU JOUR

Pierre-Louis Cambefort

Quelle est la durée du jour ? Cette question a déjà été abordée dans plusieurs articles de ce magazine mais Pierre-Louis Cambefort a choisi ici de revenir sur la question et d'y répondre en recourant à des formules qui sont familières aux gnomonistes avancés...



Note de l'auteur : les lecteurs intéressés par ce sujet pourront utilement lire ou relire d'autres articles déjà parus dans ce magazine qui l'évoquent ou en approfondissent certains aspects :

- l'article<sup>1</sup> de David Alberto, paru dans le n°10, qui définit un instrument donnant directement la durée du jour,
- celui<sup>2</sup> de Francis Reymann, paru dans le n°19, qui présente un logiciel permettant, entre autres, de calculer la durée du jour,
- celui<sup>3</sup> de Ferdinando Roveda, paru également dans le n°19, qui définit en particulier le crépuscule astronomique.

## 1 - DIFFÉRENTES FORMULES

La durée du jour est fonction de la date et de la latitude du lieu considéré.

Partons de la formule qui relie la hauteur du Soleil à son angle horaire, en admettant que la déclinaison du Soleil est constante dans la journée (se reporter au paragraphe 4 pour la validité de cette affirmation) :

$$\sin h = \sin \varphi \cdot \sin \delta - \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos H$$

avec  $h$  la hauteur du Soleil,  $\varphi$  la latitude du lieu,  $\delta$  la déclinaison du Soleil,  $H$  l'angle horaire du Soleil.

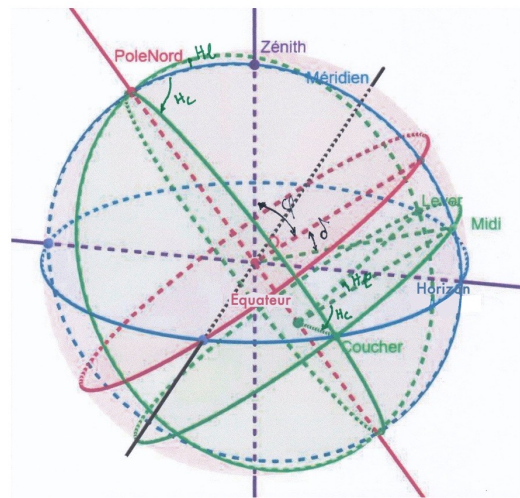
On pourra utiliser, pour les calculs, les éphémérides que je mets chaque année à la disposition des lecteurs de ce magazine, et qui donnent, notamment, la déclinaison du Soleil pour chaque jour de l'année (pour les éphémérides 2026, voir le paragraphe *Actualités* du n°19 du magazine<sup>4</sup>).

Revenant à la formule ci-dessus, si la hauteur du Soleil  $h$  est égale à 0 (lever ou coucher du

Soleil), l'arc diurne de la demi-journée s'écrit :

$$\cos H_1 = -\tan \varphi \cdot \tan \delta$$

La durée du jour est alors égale à  $2 H_1$  qui est égal bien entendu à  $H_c - H_l$  avec  $H_c$  l'angle horaire du Soleil à son coucher et  $H_l$  l'angle horaire du Soleil à son lever (figure dessous).



Cette formule n'est évidemment valable que lorsque :  $|\tan \varphi \cdot \tan \delta| \leq 1$  (en notant  $|x|$  la valeur absolue d'une quantité  $x$ ). L'inégalité devient alors successivement :

$$|\tan \varphi / \tan(90^\circ - \delta)| \leq 1$$

$$|\tan \varphi| \leq |\tan(90^\circ - \delta)|$$

$$\tan|\varphi| \leq \tan(90^\circ - |\delta|)$$

$$\text{soit finalement : } |\varphi| \leq 90^\circ - |\delta|$$

La formule ci-dessus est donc toujours applicable pour les régions situées entre les cercles polaires. Appliquons-la à deux localités de France métropolitaine à la date du 11 mai 2026 (déclinaison du Soleil égale à  $17,96^\circ$ ) :

- La Celle Saint-Cloud (latitude =  $48,85^\circ N$ ) : le calcul de la durée du jour donne dans ce cas 14 h 54 min 9 s.
- Saint-Paul de Vence (latitude =  $43,7^\circ N$ ) : le calcul de la durée du jour donne dans ce cas 14 h 24 min 19 s.

On notera qu'autour du solstice d'été, les durées du jour sont plus élevées dans la partie nord de la France métropolitaine que dans la partie sud, bien qu'il soit courant pour « les gens du Nord » d'aller « chercher le soleil » au Sud en été...

<sup>1</sup> [https://www.cadrans-solaires.info/wp-content/uploads/2023/11/mag-CSpour-tous-n10\\_D-Alberto.pdf](https://www.cadrans-solaires.info/wp-content/uploads/2023/11/mag-CSpour-tous-n10_D-Alberto.pdf)

<sup>2</sup> [https://www.cadrans-solaires.info/wp-content/uploads/2026/02/mag-CSpour-tous-n19\\_F-Reymann.pdf](https://www.cadrans-solaires.info/wp-content/uploads/2026/02/mag-CSpour-tous-n19_F-Reymann.pdf)

<sup>3</sup> [https://www.cadrans-solaires.info/wp-content/uploads/2026/02/mag-CSpour-tous-n19\\_F-Roveda.pdf](https://www.cadrans-solaires.info/wp-content/uploads/2026/02/mag-CSpour-tous-n19_F-Roveda.pdf)

<sup>4</sup> <https://www.cadrans-solaires.info/wp-content/uploads/2026/02/mag-CSpour-tous-n19.pdf>

## 2 - INFLUENCE DE LA RÉFRACTION ET DU DIAMÈTRE DU SOLEIL

Si nous tenons compte de la réfraction  $R$  due à l'atmosphère terrestre (qui « relève les astres ») à l'horizon, cette valeur de réfraction peut être prise égale à  $-34'$  (Astronomical Ephemeris) ou à  $-36'36''$  (théorie de Radau).

En tenant également compte du rayon apparent du Soleil, que nous pouvons prendre égal à  $16'$ , la hauteur  $h_0$  du Soleil pour voir son bord supérieur affleurer l'horizon est de  $-50'$  et la valeur de l'arc diurne de la demi-journée  $H_2$  vaut alors (formule 3):

$$\cos H_2 = (\sin h_0 - \sin \varphi \cdot \sin \delta) / (\cos \varphi \cdot \cos \delta)$$

Si nous appliquons cette formule aux deux localités choisies précédemment, toujours pour la date du 11 mai 2026, nous obtenons pour la durée du jour :

- La Celle Saint-Cloud : 15 h 5 min 36 s
- Saint-Paul de Vence : 14 h 34 min 29 s

Une autre méthode peut être utilisée afin d'évaluer l'augmentation de la durée du jour pour une petite variation de  $h$  autour de l'horizon. Dérivons en effet la première équation considérée :

$$\sin h = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos H$$

Si  $h=0$  et  $\delta$  est considéré comme constante, on obtient :

$$\begin{aligned} dh &= -\cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin H \cdot dH \\ \text{soit } dH &= -dh / (\cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin H) \\ \text{ou encore} \end{aligned}$$

$$dH = -dh / (\cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sqrt{1 - \cos^2 H})$$

et en utilisant la formule déjà donnée pour  $\cos H$

$$dH = -dh / (\cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sqrt{1 - (-\tan \varphi \cdot \tan \delta)^2})$$

ce qui donne après quelques manipulations :

$$dH = -dh / \sqrt{\cos(\varphi + \delta) \cdot \cos(\varphi - \delta)} \quad (4)$$

$dh$  étant égal à  $dh_1 = R$  suite à la réfraction, augmenté de  $dh_2 = -16'$  due au rayon apparent du Soleil, l'augmentation de la durée du jour s'écrit alors :

$$2 \cdot dH_2 = -2 (dh_1 + dh_2) / \sqrt{\cos(\varphi + \delta) \cdot \cos(\varphi - \delta)}$$

Si nous appliquons cette formule aux deux localités déjà choisies, toujours pour la date du 11 mai 2026, nous obtenons :

- La Celle Saint-Cloud : la durée du jour est égale à 15 h 5 min 32 s.
- Saint-Paul de Vence : la durée du jour est égale à 14 h 34 min 26 s.

## 3 - CRÉPUSCULE CIVIL

En rajoutant l'aube et le crépuscule civils correspondant à une hauteur du Soleil sous l'horizon de  $-6^\circ$  (cette hauteur n'est pas concernée par la réfraction), la durée du jour s'écrit, par application de la formule (3) (l'utilisation de la formule (4) conduirait à une erreur de quelques minutes) :

$$\cos H_3 = (\sin(-6^\circ) - \sin \varphi \cdot \sin \delta) / (\cos \varphi \cdot \cos \delta)$$

Rappelons, à toutes fins utiles, les définitions des crépuscules :

- crépuscule civil :  $-6^\circ$  (éclairages des véhicules nécessaires),
- crépuscule nautique :  $-12^\circ$ ,
- crépuscule astronomique :  $-18^\circ$ .

Nous parlons de crépuscules civils, car à Paris, notamment, il n'y a pas de crépuscule astronomique au solstice d'été. Dans l'hémisphère nord la hauteur du Soleil la plus basse dans une journée est :

$$h = \varphi - 90^\circ + \delta$$

Pour qu'elle soit inférieure à  $-18^\circ$  quand la déclinaison est maximale ( $\delta = 23,44^\circ$ ), il faut :

$$\varphi - 90 + 23,44 < -18$$

$$\varphi < 90 - 23,44 - 18$$

$$\varphi < 48,56^\circ.$$

À Paris, le Soleil n'atteint donc pas la hauteur de  $-18^\circ$ , sous l'horizon, au solstice d'été.

Si nous reprenons nos deux localités, toujours pour le 11 mai 2026, nous obtenons en appliquant la formule ci-dessus :

- La Celle Saint-Cloud : durée du jour + crépuscules civils = 16 h 20 min 18 s.
- Saint-Paul de Vence, durée du jour + crépuscules civils = 15 h 39 min 58 s.

## 4 - CONSTANCE DE LA DÉCLINAISON DU SOLEIL SUR LA JOURNÉE EN GNOMONIQUE

En gnomonique, il est admis que la déclinaison du Soleil soit considérée comme constante dans la journée et prise égale à la valeur calculée à 12 h TU. Cette déclinaison varie en fonction des jours de l'année, de  $24'$  par jour environ aux équinoxes à une valeur proche de  $0'$  par jour aux solstices.

Si nous considérons un cadran horizontal, avec un gnomon de 30 cm, la variation de la longueur de l'ombre à midi (longueur minimale) pour  $24'$  par jour (équinoxes) est de 0,37 cm, valeur que nous pouvons considérer comme négligeable.

Pierre-Louis Cambefort est ingénieur, artiste et gnomoniste ([pierre-louis.cambefort@orange.fr](mailto:pierre-louis.cambefort@orange.fr)). Un portrait détaillé lui a été consacré dans le numéro 1 du magazine