

LÀ OÙ LES LIGNES DES PRIÈRES ISHA ET FAJR SE CROISENT

Ferdinando Roveda

Connaissez-vous les cadrans islamiques, aussi appelés « cadrans solaires de prière » ? Lorsqu'un gnomoniste avancé note sur un tel cadran une particularité curieuse, il n'a de cesse d'étudier le cadran de près pour mieux la comprendre... C'est à un tel exercice que se livre Ferdinando Roveda.

Un ancien article de G. Ferrari¹ décrit un cadran de prière islamique² construit par Reinhold Kriegler à Brême (Allemagne). La curiosité de mieux comprendre ce cadran m'a poussé à le recalculer : la seule différence par rapport à l'original était de superposer un tracé avec des lignes horaires modernes (très souvent absentes des cadrans islamiques, qui ont pour seule tâche d'indiquer les moments de prières). Le résultat est présenté à la figure 1.

Cette opération a encore accentué mon intérêt, car elle a mis en évidence que les lignes indiquant « 6 h pour Isha » et « 14 h pour Fajr » se croisent à 14 h (heure locale vraie). Et la question était : est-ce une coïncidence ou est-ce une caractéristique de ces deux lignes ? Évidemment, la question a été suivie d'une étude.

Pour celle-ci nous établissons quelques paramètres de départ et quelques concepts généraux :

- le cadran solaire de Brême place les moments Isha et Fajr à la même hauteur solaire sous l'horizon de -18° , mais nous discuterons du cas de hauteurs égales mais quelconques,
- le cadran solaire lui-même est construit pour indiquer « 6 h pour Isha » et « 14 h pour Fajr », mais, encore une fois, afin d'élargir la discussion à d'autres cas, nous gardons ces références sous une forme plus générique, c'est-à-dire « i h pour Isha » et « f h pour Fajr »,
- rappelez-vous que le mouvement du Soleil est symétrique par rapport à minuit, donc si les hauteurs solaires sont égales pour les deux moments, le moment d'Isha se produira y heures avant minuit, tandis que celui de Fajr aura lieu y heures après minuit.

Cela dit, nous pouvons construire la figure 2, dans laquelle le point A représente l'heure d'intersection de ces deux lignes, et le point M indique minuit (24 h).

Les autres paramètres ont été insérés de manière cohérente avec les hypothèses précédentes (en considérant les hauteurs solaires quelconques).

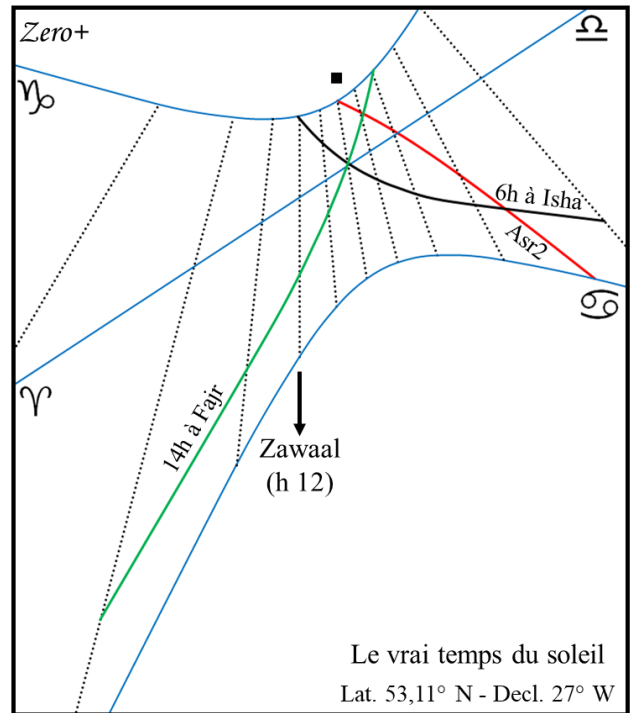


Figure 1

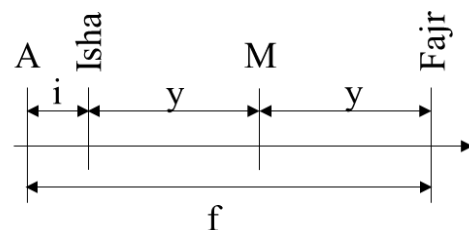


Figure 2

En analysant la figure 2 on peut alors dire que le temps de croisement de ces deux lignes (point A) peut être obtenu, soit en analysant la courbe d'Isha : $H_A = M - y - i$, soit en analysant la courbe Fajr : $H_A = M + y - f$

Ces deux équations doivent évidemment conduire au même résultat (on cherche le point de croisement de ces deux droites), on peut donc écrire : $M - y - i = M + y - f$, d'où l'on obtient : $y = (f - i) / 2$.

En insérant ce résultat dans l'une des équations précédentes on aura alors : $H_A = M - y - i = M - i - (f - i) / 2$ ou encore :

$$H_A = M - (f + i) / 2 \quad (1.1)$$

¹ <https://www.oro-logisolari.eu/download/GnomonicaItaliana22.pdf> - Gnomonica Italiana - N°22 - Novembre 2010

² <https://www.sundialatlas.eu/atlas.php?sun=DE000043>

Cette équation, avec les paramètres utilisés pour le cadran de Brême devient :

$$H_A = 24 - (14 + 6) / 2 = 14 \text{ h}$$

À noter que la latitude et les hauteurs solaires n'ont jamais joué dans notre raisonnement : donc l'intersection de ces deux lignes, si les hauteurs solaires sont égales, se fera toujours à 14 h, où que nous soyons dans le monde.

Nous prévoyons seulement que dans certains cas l'intersection des deux lignes se fera en dehors de la plage de fonctionnement du cadran solaire, c'est-à-dire au-delà des solstices, *mais toujours sur l'extension de la ligne horaire de 14 h*. Bref, le point de passage est toujours là mais dans certains cas on ne le voit pas.

La formule trouvée (1.1) permet également de calculer l'heure d'intersection de ces deux lignes si l'on voulait conserver la ligne « 14 h jusqu'à Fajr » mais tracer, par exemple, la ligne « 4 h jusqu'à Isha » (intersection à 15 h) ou la ligne « 3 h jusqu'à Isha » (intersection à 15 h 30).

La deuxième question est : pourquoi ces deux lignes se croisent-elles juste au-dessus de l'équinoxe ? Pour y répondre, recherchons, pour n'importe quel endroit, à quelle déclinaison solaire δ ces deux lignes se croiseront. Revenons à la formule qui nous donne la hauteur du Soleil : $\sin h = \sin \delta \cdot \sin \varphi + \cos \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos \theta$ et considérons :

- $\theta = 120^\circ$ (correspondant au moment d'Isha, fixé, comme nous l'avons vu dans cet exemple, 6 h après 14 h, soit l'heure à laquelle la ligne « 6 h jusqu'à Isha » coupe la ligne « 14 h jusqu'à Fajr » :
 $\theta = 15 \cdot (6 + 14 - 12) = 120^\circ$,
- $h = -18^\circ$ (hauteur d'Isha et Fajr), comme pour le cadran solaire de Brême.

Pour le paramètre φ (latitude) on peut mettre la valeur qui nous intéresse le plus (j'utilise presque toujours la latitude de Turin, soit 45°N). En saisissant ces données la formule deviendra alors :

$\sin(-18) = \sin \delta \cdot \sin \varphi + \cos \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos(120)$
 que nous devons résoudre, en appliquant les formules trigonométriques habituelles, et en discutant de manière appropriée les résultats, pour obtenir la valeur de déclinaison solaire souhaitée.

Le tableau ci-après présente un résumé des résultats pour certaines latitudes.

On remarque immédiatement que :

- le point d'intersection se déplace en fonction de la latitude,

Latitude	Déclinaison solaire de l'intersection
66,56°	-6,99°
51,83°	0°
45°	3,56°
23,44°	18,48°
18,467°	23,44°
0°	+51,83°
-18,467°	-23,44°
-23,44°	-18,48°
-45°	-3,56°
-51,83°	0°
-66,56°	6,99°

- dans l'hémisphère nord, à mesure que la latitude augmente, ce point se déplace vers des déclinaisons solaires « hivernales » plus basses,
- dans l'hémisphère sud, le phénomène est (évidemment) inversé (à mesure que la valeur absolue de la latitude augmente la déclinaison solaire se déplace vers les valeurs estivales, l'été évidemment pour l'hémisphère nord),
- à l'équateur, la valeur obtenue « semble impossible », car hors du champ des déclinaisons solaires, mais en réalité ce résultat nous indique seulement que les deux lignes de prière se rejoignent sur le prolongement de la ligne horaire de 14 h en dehors de la plage de fonctionnement du cadran solaire,
- par conséquent le dernier point de passage entrant dans la plage de fonctionnement du cadran solaire est obtenu à la latitude de $18,467^\circ$, et se trouvera, pour l'hémisphère Nord, au solstice d'été ($\delta = 23,44^\circ$),
- le phénomène s'inverse à nouveau pour l'hémisphère Sud (intersection à $\varphi = -18,467^\circ$ avec $\delta = -23,44^\circ$).

Évidemment, il est également possible de faire le chemin inverse, c'est-à-dire de définir une déclinaison solaire souhaitée comme valeur de départ, et par conséquent d'obtenir la latitude à laquelle l'intersection de ces deux lignes est obtenue.

Le lecteur souhaitant en savoir plus peut télécharger³ cet article en version beaucoup plus détaillée, où une discussion est notamment développée sur les hauteurs solaires d'Isha différentes de celles de Fajr.

Ferdinando Roveda protokyte21@protonmail.com est ingénieur, passionné de gnomonique depuis son plus jeune âge : à 4 ans il fut attiré pour la première fois par un cadran solaire... Il se consacre aujourd'hui, à Turin, à l'étude de la gnomonique.

³ https://www.cadrans-solaires.info/wp-content/uploads/2026/06/Annexe-article_F_Roveda-CSPT-n21.pdf