

CADRAN SOLAIRE DE BENJAMIN SCOTT

Pierre-Louis Cambefort

Connaissez-vous le cadran solaire que Benjamin Scott réalisa il y a environ 300 ans. Il est d'apparence complexe, sa conception mêlant projection gnomonique et projection stéréographique. Mais Pierre-Louis Cambefort l'a reproduit et vous en livre tous les secrets...

Ce cadran solaire a été réalisé, initialement, par le concepteur d'instruments mathématiques Benjamin Scott (1688-1751), s'inspirant de la réalisation du mathématicien William Oughtred (1574-1660), qui l'a décrit pour la première fois au début du XVII^e siècle en Angleterre. Il s'agit d'un double cadran solaire horizontal : l'un classique, l'autre obtenu par projection stéréographique.

THÉORIE

Projection gnomonique

Cadran solaire à style polaire, sur un limbe réalisé sur le pourtour du cadran, dont les valeurs des angles tabulaires H', données par l'ombre du style polaire, sont définies par la formule : $\tan H' = -\sin \varphi \cdot \tan H$, avec φ la latitude du lieu et H l'heure solaire vraie.

Projection stéréographique

Cadran solaire à style droit, situé au centre du cadran, obtenu par projection stéréographique : projection de la sphère céleste sur le plan de l'horizon, à partir du Zénith Z. Cette projection est une projection « conforme », c'est-à-dire une projection qui conserve les angles entre les différentes courbes tracées sur la sphère céleste, et qui projette tout cercle sur la sphère céleste en un cercle (ou une droite, si ce cercle passe par le centre de projection Z). Le centre de ce cercle projeté est la projection du sommet du cône tangent à la sphère céleste, le long du cercle considéré. L'heure solaire vraie est déterminée par l'ombre du style droit qui coupe le cercle de déclinaison du Soleil (il est nécessaire de connaître la date sélectionnée donc la déclinaison du Soleil).

Voir en annexe¹, l'obtention des coordonnées rectangulaires de l'ombre du Soleil en projection stéréographique, par 2 méthodes différentes. Ces coordonnées sont (l'axe des x dirigé vers l'est, celui des y vers le nord):

$$X = \frac{R \cdot \sin H \cdot \cos \delta}{1 + \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos H \cdot \cos \delta}$$

$$Y = \frac{R \cdot (\cos \delta \cdot \sin \varphi \cdot \cos H - \cos \varphi \cdot \sin \delta)}{1 + \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos H \cdot \cos \delta}$$

Un cadran stéréographique peut être réalisé à l'aide de ces coordonnées rectangulaires : pour un angle horaire donné, on fait varier les déclinaisons du solstice d'hiver au solstice d'été, puis on relie les points obtenus pour obtenir un arc de cercle horaire. C'est la méthode utilisée pour réaliser le cadran ci-dessous.

Mais on peut également tracer les arcs de cercles de déclinaisons et les arcs de cercles horaires directement : voir en annexe¹, où sont également définies les limites du diagramme stéréographique. Ces limites sont en fait définies par le cercle horizon et les arcs solsticiaux ; leurs intersections sont données par les azimuts (ε étant l'obliquité de l'écliptique) :

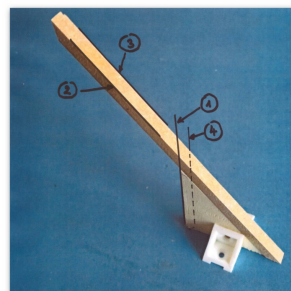
$$\cos Az = \pm \sin \varepsilon / \cos \varphi.$$

RÉALISATION DU CADRAN DE BENJAMIN SCOTT

Il faut choisir le rayon du cadran solaire, que nous prendrons à 18 cm. Le cadran horizontal classique sera représenté par le limbe de rayons 16.5 / 18 cm et par le style polaire de longueur 26 cm, incliné de la latitude du lieu sur le plan du cadran (latitude prise : 48,85° N) et de largeur 10 mm.

Le cadran doit être orienté vers le nord, le pied du style polaire vers le sud. Comme le cadran de Benjamin Scott est un double cadran, lorsque les 2 indications d'heures solaires sont identiques, le cadran est correctement orienté vers le Nord.

Rappelons que le cadran stéréographique est un cadran d'azimut horizontal qui nécessite de connaître le jour où nous l'utilisons ; les arcs de déclinaison sont relativement séparés par cette projection stéréographique.



Afin d'éviter que la largeur du style polaire ne cache le style droit autour de midi solaire, nous utiliserons un demi-gnomon de largeur égale à 5 mm.

¹ <https://www.cadrans-solaires.info/wp-content/uploads/2026/01/Annexe-n19-PL-Cambefort.pdf>

Ce demi-gnomon sera positionné à gauche (en regardant vers le nord) pour les mesures réalisées l'après-midi entre 12 h et 18 h solaires ; l'arête 1 sera utilisée pour la projection stéréographique et l'arête 3 pour la projection gnomonique. Pour les mesures du matin entre 6 h et midi solaire, le demi-gnomon sera positionné à droite et les arêtes utilisées seront opposées.

Le cadran stéréographique sera réalisé à l'intérieur d'un cercle d'un rayon 13,5 cm (voir figure ci-après), qui représente le cercle horizon : arcs diurnes de degré en degré et arcs horaires toutes les 30 minutes.

Dans la couronne circulaire de rayons 13,5 cm - 14,2 cm sont représentées les déclinaisons du Soleil en degrés, dans la couronne circulaire 14,2 cm - 15,5 cm les dates (mois du calendrier grégorien avec subdivisions), enfin dans la couronne 15,5 cm - 16,2 cm les valeurs de l'équation du temps en minutes décimales relatives à la date.

La hauteur du style vertical utilisé pour le cadran stéréographique est de 7,3 cm, légèrement supérieur à la hauteur minimale pour que l'ombre se situe toujours à l'intérieur du diagramme. Cette hauteur minimale est de :

$$13,5 \cdot \tan((\varphi - \delta)/2) / \tan(\varphi - \delta)$$

Quelques remarques :

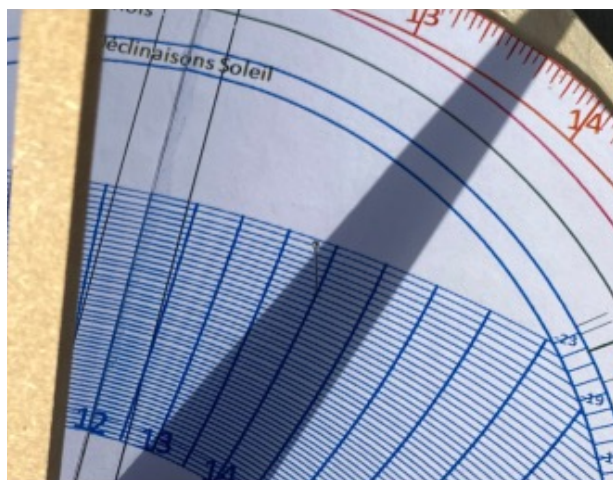
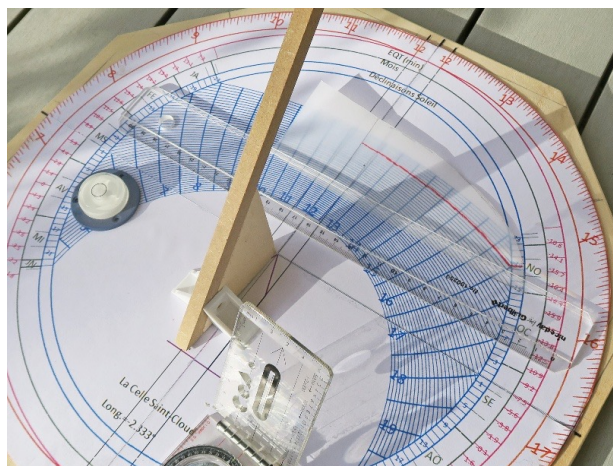
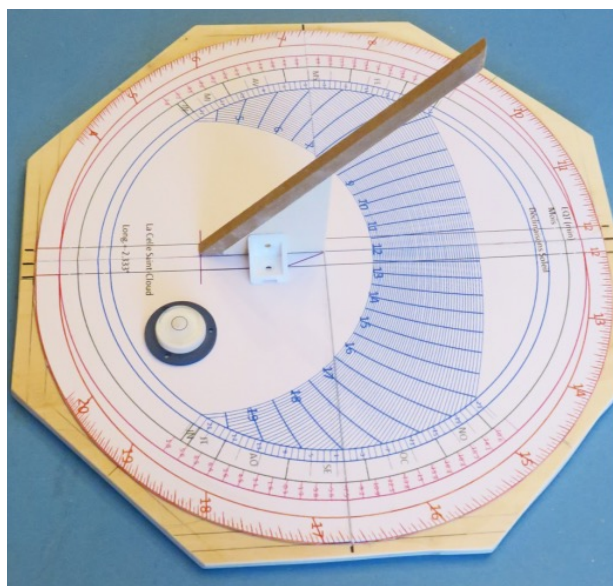
- Réalisation avec 4 feuilles A4 pour avoir un cadran complet de rayon 18 cm : attention à la juxtaposition des 4 feuilles au moment du collage.
- Collage sur carton : gondolage (trop de surfaces encollées). Utiliser un carton collé sur du contreplaqué avec de la colle à bois.
- Réalisation gnomon : la largeur du style polaire cache le style droit aux alentours de midi ; utiliser un demi-gnomon (voir paragraphe ci-dessus).
- Difficulté de réalisation du demi-gnomon en carton : verticalité et largeur. Il faut une réalisation en bois.

UTILISATION DU CADRAN AINSI RÉALISÉ

Les photos ci-après ont été prises le 18 novembre 2025 à 14 h 20 min heure légale. Δ ; déclinaison du Soleil était alors de $-19,35^\circ$ et l'équation du temps de $-14,8$ minutes. La latitude du lieu est de $48,85^\circ\text{N}$ et sa longitude de $-2,33^\circ$.

La courbe rouge indique la date pour une déclinaison d'environ $-19,4^\circ$. La précision est certainement insuffisante (il faudrait doubler les dimensions du cadran).

L'heure lue sur la projection gnomonique est de 13 h 45 min, celle sur la projection stéréographique : 13 h 40 mn environ. C'est très satisfaisant compte tenu de la précision du cadran !



Pierre-Louis Cambefort est ingénieur, artiste et gnomoniste (pierre-louis.cambefort@orange.fr). Un portrait détaillé lui a été consacré dans le numéro 1 du magazine