

COMBIEN DE TEMPS DURE LE CRÉPUSCULE ?

Ferdinando Roveda

Le mot crépuscule fait penser à cette période « entre chien et loup », à la fin de la journée, lorsque la faible clarté ne permet pas de distinguer les deux animaux. Mais les astronomes donnent au crépuscule du soir (et du matin) une définition précise et l'auteur se propose d'en déterminer la durée exacte.



Dans le numéro 18 de ce magazine¹, nous avons vu comment l'éclairement solaire sur Terre varie en fonction de la latitude. Voyons maintenant comment varie le crépuscule, c'est-à-dire la période qui vient après le coucher du Soleil et précède la nuit « profonde » (signifiant avec ce terme une période d'obscurité totale), toujours en fonction de la latitude et de la saison.

Les astronomes définissent le crépuscule du soir comme la période allant du coucher du Soleil jusqu'au moment où ce dernier se trouve à une hauteur h de 18° sous l'horizon ($h = -18^\circ$).

Le calcul de la durée de ce crépuscule est très simple.

Pour obtenir l'heure du coucher du Soleil on applique la formule du demi-arc diurne α (nombre d'heures qui s'écoulent de midi au coucher du Soleil) en fonction de la latitude locale φ et de la déclinaison solaire δ :

$$\cos \alpha = -\tan \delta \cdot \tan \varphi$$

Pour obtenir l'heure de fin du crépuscule astronomique, nous utilisons la formule donnant la hauteur du Soleil, en la réécrivant de manière à considérer l'angle horaire θ comme une inconnue, c'est-à-dire :

$$\cos \theta = (\sin h - \sin \delta \cdot \sin \varphi) / (\cos \delta \cdot \cos \varphi)$$

La différence entre les deux heures ainsi trouvées ($\theta - \alpha$) donne donc la durée du crépuscule du soir (et comme le crépuscule du matin a la même durée que celui du soir, en multipliant le résultat par deux nous aurons la durée totale du crépuscule pour ce jour).

Si nous effectuons les calculs en utilisant un tableur courant, nous constaterons que tout fonctionne à merveille jusqu'à ce que nous arrivions aux latitudes élevées ($\varphi > 48^\circ$). Nous commencerons alors à trouver des messages d'erreur dans les résultats des deux formules...

Les erreurs sont dues au fait qu'à ces latitudes, et pour certaines déclinaisons, le Soleil ne se lève pas (nuit éternelle), ne se couche pas (Soleil de minuit), ou n'atteint pas une hauteur de 18° sous l'horizon. Il faudra donc corriger ces erreurs pour récupérer les périodes pendant lesquelles le Soleil est encore à une hauteur comprise entre 0° et -18° , et insérer ces corrections dans le tableur. La correction peut être effectuée en vérifiant si certains paramètres sont satisfaits ; en résumé (voir aussi le tableau) :

1. Régler le début du crépuscule à midi ($\theta = 0$ h) si à ce moment le Soleil est à une hauteur comprise entre 0° et -18° .
2. Confirmer l'inexistence du crépuscule ($\theta = -$) si le Soleil ne se couche jamais, ou si à midi il est déjà à une hauteur inférieure à -18° .
3. Régler la fin du crépuscule à minuit ($\theta = 12$ h) si le Soleil n'atteint jamais une hauteur égale à -18° .

heure du coucher du Soleil ($\varphi > 0$)		
décl. solaire	haut. à midi	heure corr.
$< 0^\circ$ - hiver	$0^\circ > h > -18^\circ$	0
	$h < -18^\circ$	-
$> 0^\circ$ - été	quelconque	-
heure de fin du crépuscule		
hauteur à minuit		heure corr.
$h > 0^\circ$		-
$-18^\circ < h < 0^\circ$		12

¹ https://www.cadrans-solaires.info/wp-content/uploads/2025/11/mag-CSpour tous-n18_F-Roveda.pdf

Le graphique ci-contre montre la situation récapitulative, limitée seulement à certaines latitudes (toutes les latitudes intermédiaires peuvent être obtenues de la même façon, en appliquant les précautions mises en évidence).

On remarque immédiatement que la durée du crépuscule n'est constante ni au cours de l'année à la même latitude, ni le même jour à différentes latitudes.

Nous avons également tracé une courbe en rouge, pour mettre en évidence ce qui se passe dans l'hémisphère sud ($\varphi = 53^\circ \text{S}$) : cette courbe est parfaitement la même que celle obtenue pour l'hémisphère nord ($\varphi = 53^\circ \text{N}$) mais inversée par rapport à la déclinaison solaire.

Quelques points sont cependant « singuliers ». Le premier se situe à la latitude de $48,56^\circ \text{N}$ (Strasbourg) : ici en effet, la nuit du solstice d'été, le Soleil ne descend pas au-delà de la hauteur $h = -18^\circ$. Pour confirmer cette affirmation, il suffira d'imposer l'atteinte de cette hauteur ($h = -18^\circ$) à minuit où $\theta = 180^\circ$ au solstice d'été, avec $\delta = 23,44^\circ$. Nous insérons ces données dans la formule de hauteur solaire, en définissant la latitude comme inconnue et nous aurons :

$\sin(-18^\circ) = \sin(23,44^\circ) \cdot \sin \varphi + \cos(23,44^\circ) \cdot \cos \varphi \cdot \cos(180^\circ)$, ce qui permet de trouver la valeur de $\varphi = 48,56^\circ$

Le deuxième point singulier est situé à 81°N (nord du Groenland) : ici, en effet, pendant seulement deux nuits par an, le crépuscule du soir dure 12 heures (et en ajoutant également le crépuscule du matin on peut dire que l'on a la première situation de « crépuscule pérenne »).

Pour confirmer cette hypothèse, nous utilisons à nouveau la formule de l'altitude solaire, en imposant les deux conditions suivantes :

1. à midi ($\theta = 0^\circ$) la hauteur du Soleil doit être nulle ($h = 0^\circ$), c'est-à-dire que le Soleil doit s'aligner avec l'horizon sans se lever,
2. à minuit ($\theta = 180^\circ$) la hauteur du Soleil doit être celle correspondant à la fin du crépuscule astronomique ($h = -18^\circ$), c'est-à-dire que le Soleil ne doit être tangent qu'au point de la fin du crépuscule.

Écrivons alors la formule de la hauteur du Soleil en imposant là encore les deux conditions qui viennent d'être décrites :

$$\begin{cases} \sin(0^\circ) = \sin \delta \cdot \sin \varphi + \cos \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos(0^\circ) \\ \sin(-18^\circ) = \sin \delta \cdot \sin \varphi + \cos \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos(180^\circ) \end{cases}$$

On a donc un système de deux équations à deux inconnues (φ et δ). En développant ce système avec les formules de base de la trigonométrie

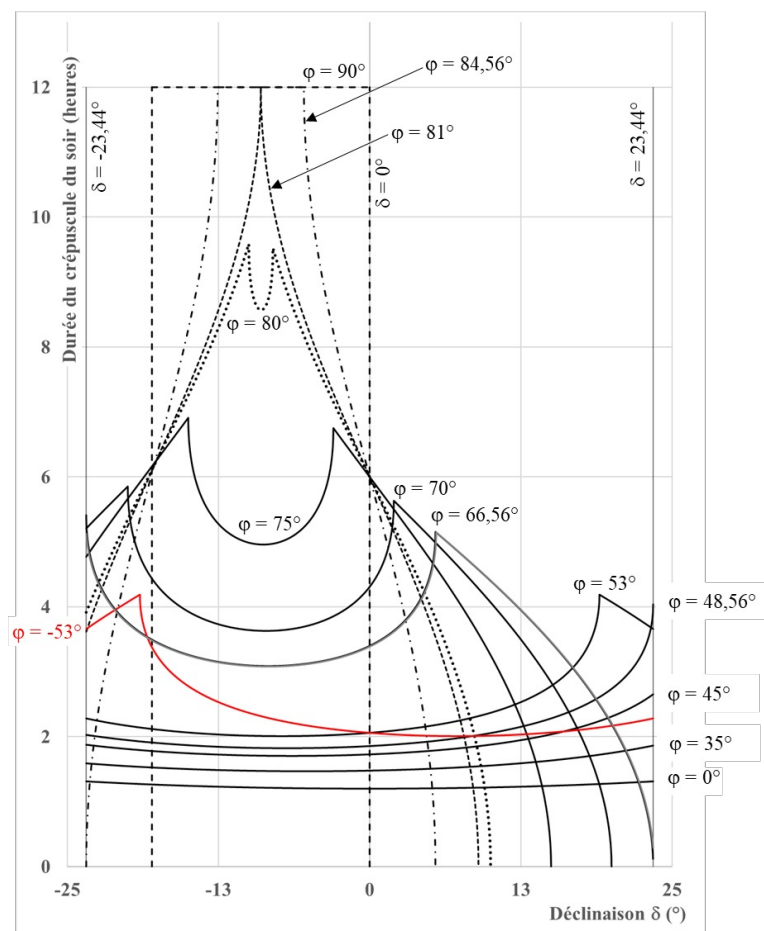
(et en discutant de manière appropriée les résultats trouvés), on arrive à la solution recherchée :

$$\varphi = 81^\circ ; \delta = -9^\circ$$

Le dernier point d'attention se situe au pôle où $\varphi = 90^\circ$, mais ici la solution est triviale car l'équation de la hauteur du Soleil devient simplement : $\sin h = \sin \delta$, conclusion déjà démontrée par la simple analyse des diagrammes d'éclairement (voir¹).

La formule confirme qu'au pôle les phénomènes étudiés peuvent être représentés en traits interrompus, et sont clairement divisibles en trois périodes :

1. Soleil de minuit ($0^\circ < \delta < 23,44^\circ$),
2. Crépuscule « éternel » ($-18^\circ < \delta < 0^\circ$),
3. Nuit « profonde », ou « perpétuelle » : ($-23,44^\circ < \delta < -18^\circ$).



Comme toujours, toute cette analyse est théorique et a été réalisée en appliquant la simplification consistant à considérer la déclinaison solaire constante au cours de la journée.

Ferdinando Roveda protokyte21@protonmail.com est ingénieur, passionné de gnomonique depuis son plus jeune âge : à 4 ans il fut attiré pour la première fois par un cadran solaire... Il se consacre aujourd'hui, à Turin, à l'étude de la gnomonique.