

LES CADRANS À STYLE PROFILÉ (2/2)

Yvon Massé

C'est donc la seconde et dernière partie de l'analyse qu'Yvon Massé fait des « cadrans à style profilé ». Ces cadrans équatoriaux indiquent, grâce à un style astucieusement profilé, le temps moyen (temps solaire corrigé de l'équation du temps) voire légal comme le démontre l'article.

Dans l'article paru dans le numéro précédent de ce magazine¹, nous avons établi l'équation de branches d'hyperboles en précisant qu'elles fourniront un outil efficace pour trouver le profil d'un style plus adapté. En fait, ce sont de véritables outils, ceux d'un tourneur, qui auraient la forme de ces hyperboles que nous allons considérer, ils viendront usiner un cylindre brut pour lui donner la forme du style profilé.

Dans un premier temps, considérons un premier outil correspondant à l'hyperbole du 15 avril et usinons la première gorge (fig. 1).

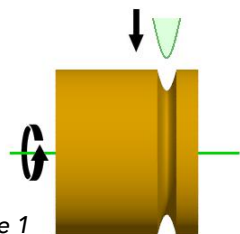
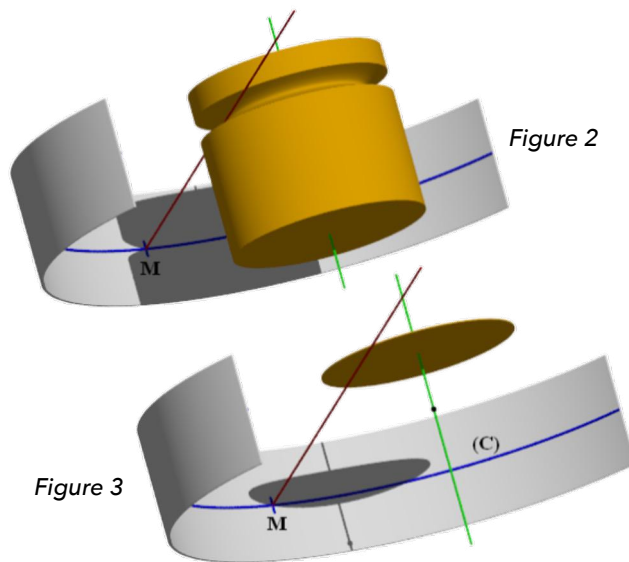


Figure 1

Le 15 avril, plaçons ce style au soleil et observons ce qui se passe à midi légal (fig. 2). Un seul rayon, qui tangente la paroi de la gorge dès qu'il entre dans l'encombrement du cylindre, parvient à éclairer la graduation M. Cela veut dire qu'il n'y a pas qu'un seul disque dont la limite de l'ombre passe par le point M, mais un ensemble de disques qui constitue la paroi de la gorge (dans l'article précédent, nous n'avions retenu que le disque qui, pour la date considérée, avait le plus petit rayon).

La figure 3 montre l'ombre obtenue avec le disque de la limite haute de la gorge. Elle n'est pas symétrique par rapport à (C) mais son contour passe bien par M.

Usinons maintenant le cylindre avec les différents « outils hyperboles » correspondant à chaque jour, soit de l'hiver et du printemps, soit de l'été et de l'automne.



Entre l'usinage du jour $j - 1$ (ou de l'instant $t - 1$) et celui de $j + 1$, il restera toujours une partie de la gorge du jour j dont l'ombre, à ce même jour, donnera correctement l'heure légale, ce que nous recherchons.

On peut donc avoir une idée du profil dont nous avons besoin en dessinant l'ensemble des hyperboles, ce qui est fait à la figure 4 pour l'hiver et le printemps avec un angle $\alpha = 5^\circ$, et en recherchant leur enveloppe.

Les mathématiques nous donnent le moyen de trouver l'expression de cette enveloppe : elle s'obtient en posant que la dérivée de l'équation des hyperboles par rapport au temps est nulle. Les développements correspondants sont assez longs et dépassent largement le cadre de cet article mais ils sont détaillés en annexe² pour les lecteurs qui souhaiteraient approfondir cette question.

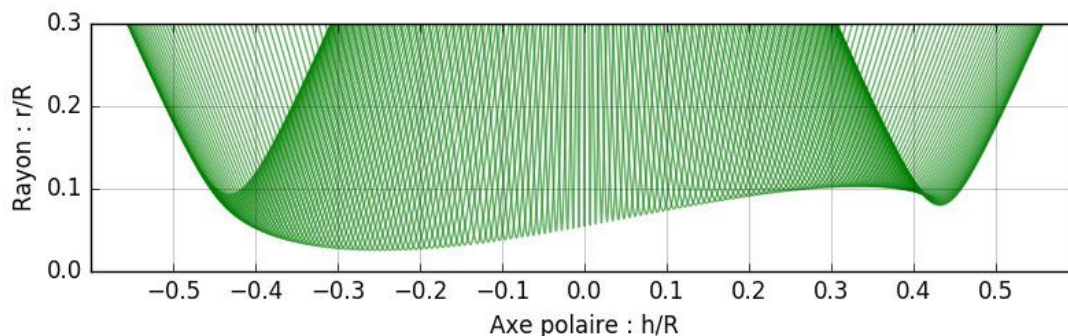


Figure 4

¹ https://www.cadrans-solaires.info/wp-content/uploads/2025/09/mag-CSpour tous-n17_Yvon-Masse.pdf

² https://gnomonique.fr/divers/annexe_profil.pdf

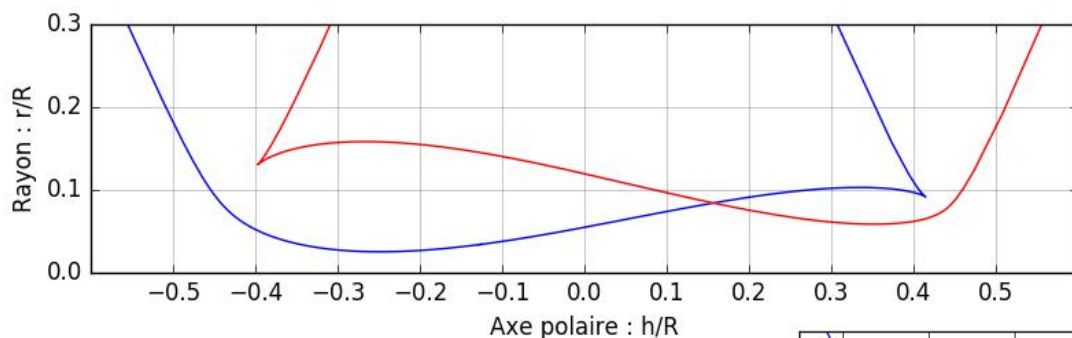


Figure 5

Le résultat théorique obtenu est présenté à la figure 5 ci-dessus (la courbe bleue correspond à l'hiver et au printemps, la rouge à l'été et l'automne).

Chaque courbe présente un point de rebroussement assez surprenant mais tout à fait normal comme on peut le voir sur l'animation disponible en ligne³ où les « outils hyperboles » sont utilisés de façon progressive et chronologique. Les « usinages » à proximité des solstices peuvent aussi être décomposés en utilisant les boutons flèches de ces pages Internet⁴.

Les points de rebroussement sont malheureusement des limites, avant chaque solstice, à partir desquelles les styles profilés ne fonctionnent plus rigoureusement (l'animation montre que les hyperboles « rentrent » alors dans le profil). Une seconde limite est donnée par la branche infinie après le solstice, simplement pour des raisons d'encombrement.

On peut aussi constater avec les boutons flèches de cette page⁵, qui permettent de voir l'évolution des courbes en fonction de l'angle α , que la période de fonctionnement dégradée augmente avec la valeur de α . On choisira donc de préférence un angle α le plus faible possible.

En comparant avec les figures 6 et 7 les courbes obtenues et celles de l'article précédent on constate - sans surprise - que les nouvelles courbes se différencient des anciennes uniquement à proximité des solstices.

Signalons enfin que le logiciel CadsolOnLine (<https://cadsol.web-pages.fr>) permet de simuler (fig. 8) les cadrans à style profilé en ayant accès aux paramètres « angle α » et « rayon maxi de la branche infinie ». Il est aussi possible de choisir entre le profil de cet article ou du précédent (case à cocher « Geometry > Shadow by... > Gnomon > Approximate »), ce qui permet d'apprécier l'amélioration apportée. Elle se constate principalement après les deux solstices.

³ https://gnomonique.fr/divers/anim_style_profile.gif

⁴ https://gnomonique.fr/divers/detail_ete/detail.html (solstice d'été) et https://gnomonique.fr/divers/detail_hiver/detail.html (solstice d'hiver)

⁵ https://gnomonique.fr/divers/variation_a/detail.html

⁶ <https://adsabs.harvard.edu/full/1988O%26T....16...17B>

⁷ https://ccs.saf-astronomie.fr/wp-content/uploads/Cadran-Info_pdf/Cadran%20Info_29.pdf

Figure 6

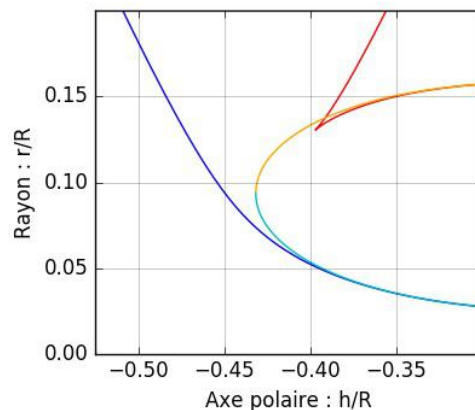


Figure 7

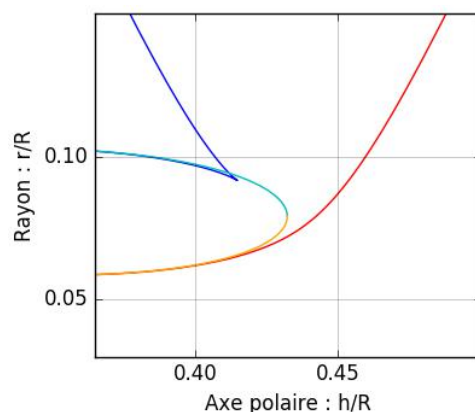
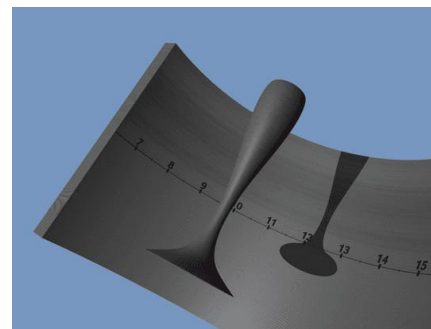


Figure 8



Références :

- Pierre Bacchus - *Cadran solaire de temps moyen à style profilé*⁶, *Observation & travaux* n° 16, 1988, pp. 17-25.
- Tonino Tasselli (traduction Riccardo Anselmi) - *Cadrans solaires de précision*⁷, *Cadran Info* n° 29, mai 2014 pp. 102-121 (les cadrans à style profilé sont traités à partir de la page 110).

Yvon Massé ymasse2@wanadoo.fr a été présenté dans le n°2 de ce magazine. Il développe notamment le site <https://gnomonique.fr/> et anime le dynamique forum gnomonique qui lui est associé.