

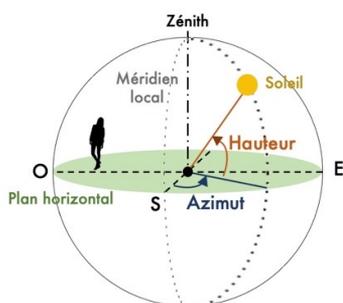
UN CADRAN DE HAUTEUR PARTICULIER...

Roger Torrenti

Après avoir rappelé les fondements de la conception d'un cadran solaire de hauteur, l'auteur revient sur le cadran en L des Égyptiens, que Ferdinando Roveda avait « décliné » dans un article précédent du magazine¹, et nous propose de nous en inspirer pour concevoir un cadran de hauteur facile à réaliser...

Est-il utile de rappeler que la position du Soleil dans la sphère céleste, à tout instant de la journée, est définie par deux angles :

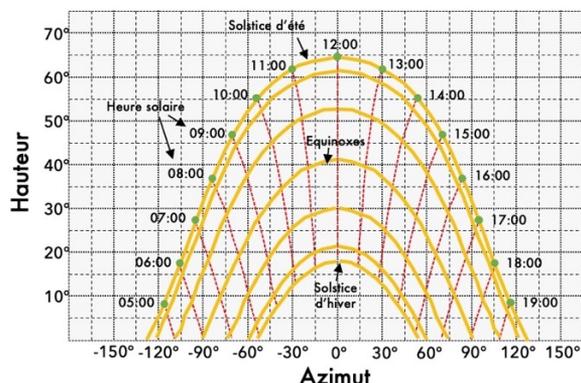
- Son azimut : angle que fait le plan vertical contenant le méridien du lieu et le plan vertical passant par le Soleil, le zénith, et le centre de la sphère céleste. Il varie vers l'est de 0° à -180° et vers l'ouest de 0° à +180°.
- Sa hauteur : angle que fait, avec le plan horizontal, la droite passant par le centre de la sphère céleste et le Soleil. Il varie, quand le Soleil est levé, de 0° à +90°.



Hauteur et azimut du Soleil

(schéma pour l'hémisphère nord)

La hauteur et l'azimut du Soleil dépendent logiquement, à une heure donnée de la journée, de la latitude du lieu et du jour de l'année (plus précisément de la déclinaison du Soleil). Pour une latitude donnée, au cours d'une journée, la hauteur du Soleil évolue selon une courbe symétrique par rapport à midi solaire (azimut égal à 0°), et varie peu autour de 12 h. En outre, du solstice d'été au solstice d'hiver la hauteur du Soleil suit une courbe de plus en plus réduite et l'amplitude en azimut diminue.



Courbes d'évolution de la hauteur et de l'azimut du Soleil pour une latitude moyenne de France métropolitaine (source <https://solardata.uoregon.edu/SunPathChart.html>)

Il existe bien entendu des formules, que l'on peut assez facilement démontrer, donnant les valeurs de la hauteur h du Soleil et de son azimut A en fonction du jour et de l'heure solaire, cette dernière étant définie par l'angle horaire H (qui peut facilement se traduire en heure solaire : à 6 h heure solaire, l'angle horaire du Soleil est de -90° , à 7 h de -75° , etc. alors qu'à 12 h il est de 0° , à 13 h de $+15^\circ$, à 14 h de $+30^\circ$, etc.). Ces formules sont :

$$h = \arcsin(\sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos H)$$

$$A = \arctan(\sin H / (\sin \varphi \cos H - \cos \varphi \tan \delta))$$

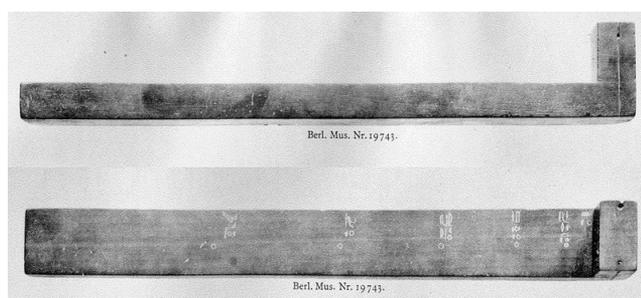
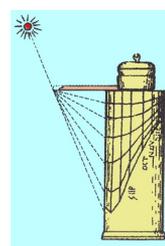
δ : déclinaison du Soleil, φ : latitude du lieu,

H : angle horaire du Soleil

Depuis très longtemps, des « cadrans solaires de hauteur » (et par ailleurs aussi, bien entendu, des « cadrans solaires d'azimut ») ont donc été logiquement imaginés afin de connaître l'heure solaire à partir de la hauteur du Soleil.

Ces cadrans de hauteur sont tracés pour une latitude donnée. On peut se contenter de ne les tracer que pour une demi-journée, la courbe de la hauteur du Soleil étant symétrique par rapport à midi solaire. Ils doivent être orientés vers le Soleil (et ne nécessitent donc pas de boussole) et seront peu précis autour de midi solaire (car la hauteur du Soleil varie alors peu).

L'exemple le plus connu de cadran de hauteur est sans doute le cadran de berger, illustré ci-contre, mais le plus ancien est probablement le « cadran en L » des Égyptiens, illustré ci-dessous.



« Cadran en L » de l'époque du pharaon Thoutmôsis III (XV^e siècle avant notre ère)

¹ Voir https://www.cadrans-solaires.info/wp-content/uploads/2024/08/mag-CSpour-tous-n13_F-Roveda.pdf

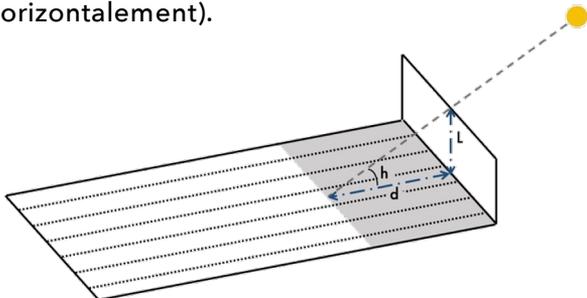
Cet objet, constitué d'un long parallélépipède rectangle et d'un petit pavé encastré à l'une de ses extrémités, comporte des graduations sur sa face supérieure. C'est de toute évidence un objet permettant de mesurer la hauteur du Soleil, lorsque l'objet est tenu horizontalement et placé dans la direction du Soleil, par l'ombre du coin supérieur du petit pavé sur le long parallélépipède.

Mais ce n'est pas un « cadran de hauteur » indiquant l'heure solaire, comme on peut le concevoir aujourd'hui (rappelons en particulier qu'à l'époque on n'utilisait pas des heures égales, d'une durée de 1/24^e d'une journée). Les égyptologues et les gnomonistes s'interrogent d'ailleurs toujours sur la destination précise et le principe de fonctionnement d'un tel objet...

Inspirons-nous néanmoins de cet objet pour concevoir un cadran de hauteur indiquant l'heure solaire et facile à réaliser, et... retrouvons par la même occasion un cadran que les Japonais utilisaient déjà pendant l'époque d'Edo (XVII^e - XIX^e siècle) !

Prenons une feuille de papier cartonné (feuille bristol par exemple) de dimensions suivantes (choisies afin que le cadran puisse être facilement rangé) : 5 cm de largeur et 23 cm de longueur dont 3 cm pourront être relevés d'un angle de 90°.

L'ombre de l'arête supérieure du bord relevé occupe la largeur entière du cadran lorsqu'il est orienté vers le Soleil (et tenu bien horizontalement).



Comme pour un cadran de berger, il conviendra de tracer des lignes parallèles au large bord du cadran sur lesquelles seront indiquées les marques horaires correspondant à chaque mois de l'année ; on pourrait limiter ce tracé à 6 mois puisque l'évolution de la déclinaison du Soleil est symétrique par rapport au solstice d'été, mais le cadran perdrait peut-être alors un peu de son potentiel pédagogique. Par contre, comme nous l'avons dit plus haut on ne considèrera pour le tracé qu'une demi-journée, puisque la hauteur du Soleil est symétrique par rapport à midi solaire.

Pour le tracé des marques horaires on retiendra que la distance d de l'ombre au bord relevé du cadran est égale à $L / \tan h$ (L est la hauteur du bord relevé) et non, comme dans le cadran de berger à $L \cdot \tan h$.

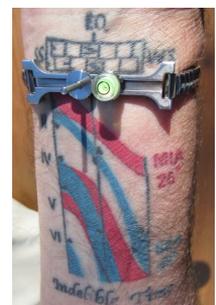
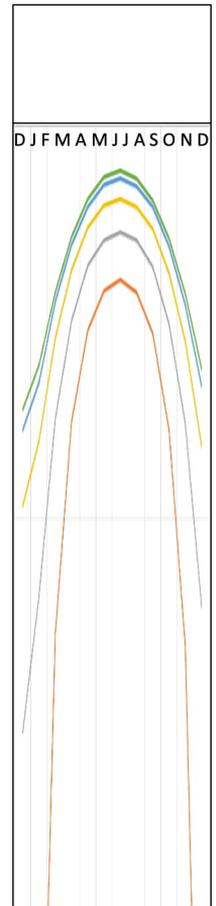
Pour le cadran de hauteur que nous réalisons ici, les hauteurs de Soleil les plus élevées correspondront à des ombres proches du bord relevé. Ce cadran de hauteur sera donc moins précis pendant les mois les plus ensoleillés de l'hémisphère nord (ce qui est peut-être un inconvénient d'un cadran de ce type).

Comment tracer les marques horaires ? On pourra le faire « à la main », à partir des formules données ci-dessus ou d'une courbe de la course du Soleil telle que celle de la page précédente.

On peut aussi, bien entendu, recourir à un tableur de type Excel (Microsoft) ou Calc (OpenOffice), ce que j'ai fait (pour une latitude de 44° N) et qui m'a permis de tracer les courbes ci-contre.

On pourra par ailleurs indiquer utilement sur un mode d'emploi simplifié annexe (ou imprimé au dos du cadran) les étapes nécessaires pour passer de l'heure solaire à l'heure légale².

À noter pour terminer que Woody Sullivan, astronome américain, co-lauréat de notre concours 2022 avec son cadran le plus petit du monde³, a utilisé récemment ce type de cadran pour créer « le premier tatouage gnomonique qui fonctionne »⁴ (photo ci-contre), le bord relevé du cadran étant remplacé par une tige solidaire d'un bracelet, positionnable sur la bonne date !



Roger Torrenti roger@torrenti.net est ingénieur de formation et s'intéresse à la gnomonique et aux cadrans solaires depuis son plus jeune âge. Il est le responsable de publication du présent magazine et l'auteur du MOOC cadrans solaires (cours en ligne gratuit) <https://www.cadrans-solaires.info>

² Voir <http://www.cadrans-solaires.info/sequence2/co/2-5-heure-solaire-heure-legale.html>

³ Voir <https://www.cadrans-solaires.info/wp-content/uploads/2022/09/mag-CSpour-tous-n5-JRWS.pdf>

⁴ Voir <https://www.youtube.com/watch?v=X60xfGtYIU>