

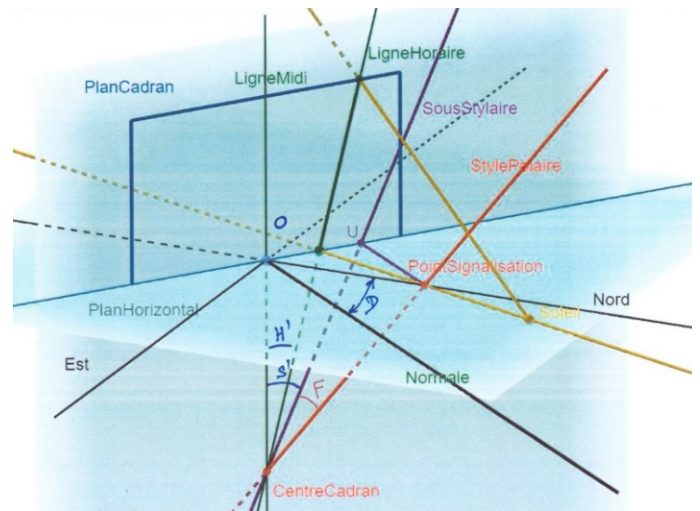
CADRAN SOLAIRE VERTICAL DÉCLINANT INVERSÉ

Pierre-Louis Cambefort

Peut-être avez-vous eu l'occasion, à la Cité des sciences et de l'industrie, à Paris, d'apercevoir ce « cadran solaire inversé » qui projette un rai de lumière à chaque heure solaire et permet ainsi de lire l'heure. L'auteur nous invite à concevoir et tracer un autre type de cadran inversé : astucieux et simple !

Considérons un cadran solaire vertical (donc non incliné) mais déclinant d'une valeur D, compris entre 2 plans horizontaux : le sol et un plan supérieur, espacés d'une hauteur L (ce sera la hauteur du cadran final), et positionnés au-dessus du centre du cadran (point de convergence des lignes horaires). Nous allons l'inverser : ses lignes horaires seront tracées et évidées sur le plan du cadran mais l'heure solaire sera lue sur le sol horizontal par la position des rais de lumière par rapport à un point de signalisation fixe.

Le schéma ci-dessous permet d'avoir une vue générale du cadran vertical déclinant inversé.



Les lignes horaires sont définies par leur inclinaison H' avec la ligne midi verticale et sont prolongées au-dessus du centre du cadran et coupent le sol horizontal :

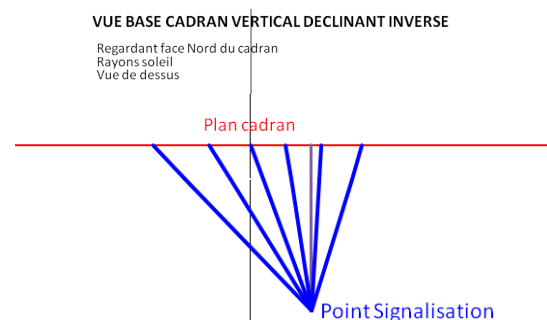
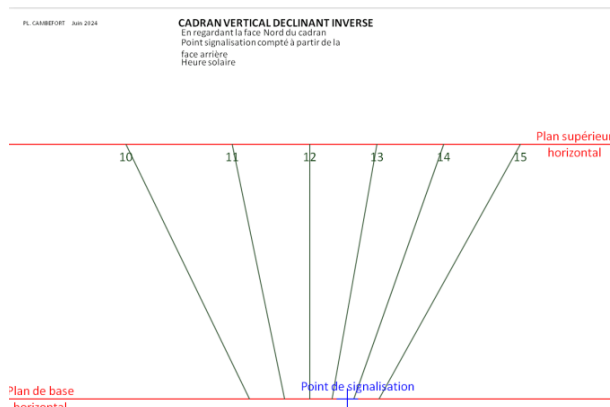
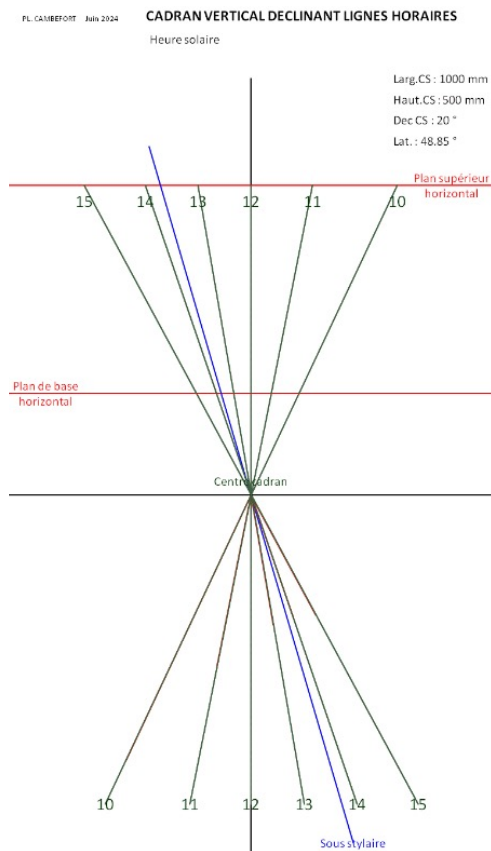
$$\tan H' = \cos \varphi / (\cos D / \tan H + \sin D * \sin \varphi)$$

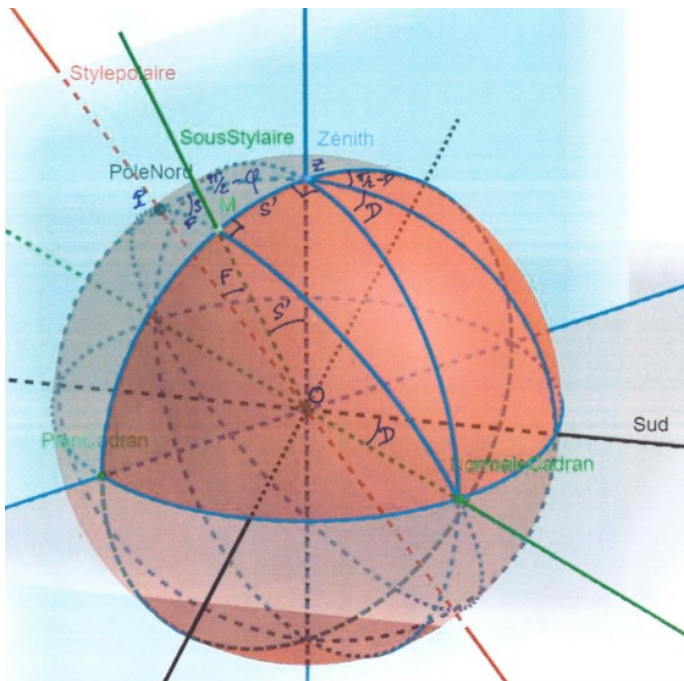
φ est la latitude du lieu, D la déclinaison gnomonique du cadran vertical et H l'angle horaire du Soleil

Ces lignes horaires sont inversées, car situées au dessus du centre du cadran, et le cadran sera regardé depuis le nord.

Chaque plan horaire du Soleil contient non seulement la ligne horaire correspondante mais également l'axe du monde, c'est-à-dire le style polaire, et passe donc par l'intersection du style polaire avec le sol horizontal.

Nous choisirons donc logiquement ce point comme point de signalisation fixe P de notre cadran vertical déclinant inversé.





Calculons maintenant les différents angles relatifs au style pour un cadran vertical déclinant, qui nous permettront de déduire les coordonnées du point de signalisation par rapport au plan du cadran.

En appliquant les formules d'un triangle sphérique rectangle au triangle PMZ (P = Pole nord, Z = zénith et M = intersection sphère céleste et sous- styleaire), nous obtenons :

- angle entre le style polaire et sa sous-styleaire :
 $\sin F = \cos \varphi * \cos D$

- angle entre la sous-styleaire et ligne de midi :
 $\tan S' = \sin D / \tan \varphi$
- angle horaire de la sous-styleaire :
 $\tan S = \tan D / \sin \varphi$

Nous choisissons la distance du point de signalisation P sur le sol horizontal (distance = PU), pour que l'image de la ligne horaire de midi au solstice d'été (ombre la plus courte du cadran vertical) l'atteigne. Cette distance est bien entendu fonction de la hauteur L du cadran. Nous choisirons L = 500 mm.

$$OP = (OU^2 + UP^2)^{0.5} \text{ inférieur ou égal à } L / \tan h$$

La hauteur h du Soleil à midi au solstice d'été est donnée par la formule $90 - \varphi + \delta$ (= $64,6^\circ$ pour la latitude de Paris, soit $48,85^\circ$).

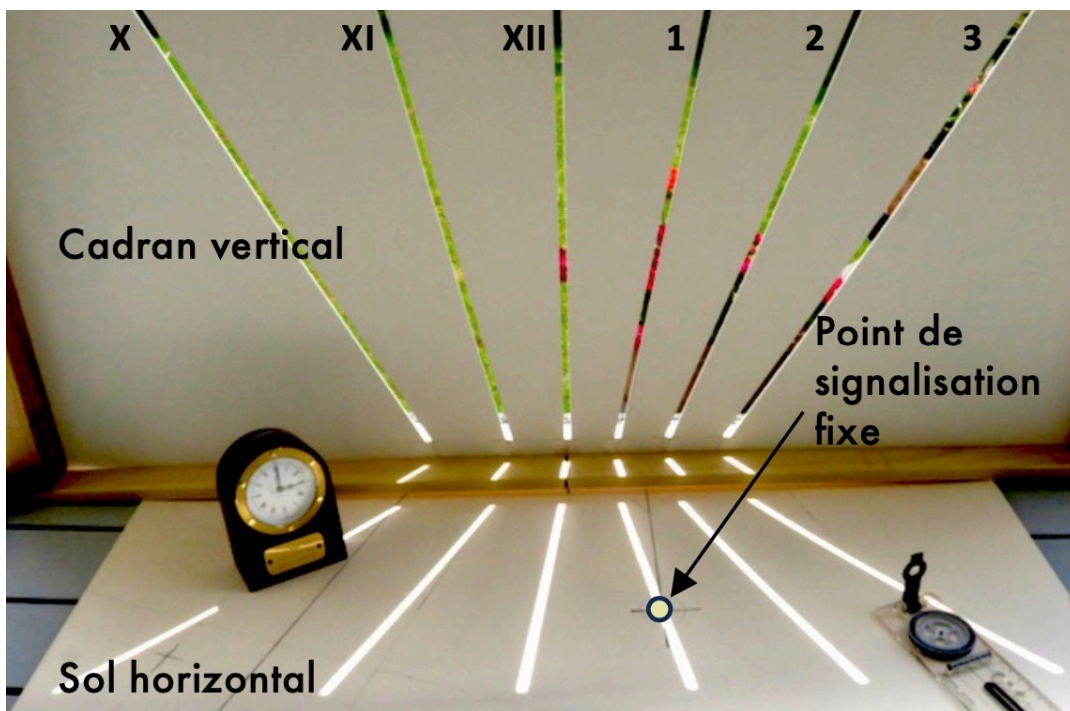
Comme $OU = UP * \sin S' / \tan F$,

$$UP (1 + (\sin S' / \tan F)^2)^{0.5} = L / \tan (90 - \varphi + \delta)$$

Pour une déclinaison gnomonique de 20° , à la latitude de Paris, nous obtenons un angle F de $38,2^\circ$ et un angle S' de $16,64^\circ$.

D'où une distance minimale du point de signalisation au plan du cadran de 222 mm. Nous choisissons une valeur UP de 200 mm. Selon la distance UP choisie, les traits de lumière de certaines heures pourront être prolongés pour lire l'heure solaire plus précisément.

C'est avec ces résultats que le cadran vertical déclinant inversé, représenté sur la photo ci-dessous, a été réalisé.



Cadran solaire vertical déclinant inversé réalisé par l'auteur

La photo est prise le 3 juin 2024. On lit 13 h heure solaire soit 15 h 10 en heure légale alors que le petit réveil indique 15 h (erreur de 10 minutes environ due à l'imprécision d'orientation et de positionnement du cadran).

Pierre-Louis Cambefort pierre-louis.cambefort@orange.fr est ingénieur, artiste et gnomoniste. Un portrait détaillé lui a été consacré dans le numéro 1 du magazine.