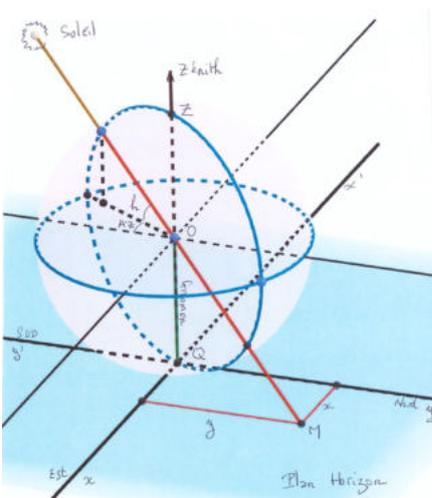


UN GNOMON VERTICAL ET SES MULTIPLES CADRANS

Pierre-Louis Cambefort

Dans le n°5 de ce magazine, l'article « Un bâton magique » d'Yves Opizzo et Roger Torrenti abordait brièvement les possibilités offertes par un simple bâton (gnomon) fixé verticalement sur un sol horizontal. Nous allons détailler ici comment réaliser différents types de cadrans solaires horizontaux avec un tel gnomon.

1 - CADRAN HORIZONTAL PAR PROJECTION GNOMONIQUE



Considérons, dans la sphère céleste locale représentée ci-contre, une projection « azimutale », qui projette le Soleil sur le plan de l'horizon, orthogonal à la verticale du lieu (droite QZ sur le graphique ci-contre), que nous considérons tangent à la sphère céleste (au point Q), à partir de l'extrémité du gnomon vertical situé au centre de la sphère céleste (segment de droite QQ'). Le Soleil se déplace en un jour sur un cercle de la sphère céleste, parallèle à l'équateur, et on peut admettre que la déclinaison du Soleil est constante durant la durée d'un jour. La déclinaison du Soleil, c'est-à-dire son écart (+ ou -) en degrés par rapport au plan de l'équateur, changeant tous les jours, l'azimut de l'ombre du gnomon change également tous les jours pour une même heure (l'azimut étant l'angle de l'ombre par rapport à la direction du sud compté dans le sens des aiguilles d'une montre). C'est donc l'extrémité de l'ombre du gnomon vertical qui donne l'heure solaire vraie.

1.1 - Cadran horizontal classique

Dans le système de coordonnées sélectionné (axe des x dirigé vers l'est, axe des y suivant la méridienne orienté vers le nord, axe des z suivant la verticale du lieu), si nous désignons l'azimut du Soleil par Az , les coordonnées de l'extrémité de l'ombre du gnomon sont liées par la relation : $x / y = \tan Az$.

On peut tracer, grâce aux formules détaillées dans le document en annexe <https://bit.ly/3RONr9t>, le cadran de la figure 1 en 4^{ème} de couverture (page 42), tracé réalisé avec VBA Excel comme tous les autres tracés de cet article.

Pour connaître l'heure solaire, orienter le cadran dans la direction du nord géographique, observer où tombe l'extrémité de l'ombre du gnomon sur le plan du cadran (petit cercle vert) et en déduire par extrapolation l'heure solaire vraie (16,1 h) et la déclinaison du jour (5°), d'où l'heure légale (18 h) et la date (2 avril 2022). Nota bene : chaque arc diurne est une hyperbole sauf pour les équinoxes, où le Soleil se déplace sur un grand cercle qui se projette en une droite.

Il est évident que les heures au voisinage des levers et des couchers de soleil ne peuvent pas être lues, étant rejetées à l'infini ou très éloignées du pied du gnomon. D'où l'utilisation de cadrans sphériques ou tronconiques (scaphés) par nos ancêtres qui ne connaissaient pas le style polaire.

1.2 - Cadran horizontal azimutal par les ombres

Nous pouvons également utiliser l'ombre du gnomon tout entière, l'extrémité de l'ombre du gnomon n'indiquant plus, dans ce cas, l'heure solaire vraie. Dans cette option, choisissons par exemple la représentation des dates par des cercles différents et pour chacun de ces cercles, cherchons l'intersection avec l'ombre du gnomon puis traçons les courbes donnant les heures.

On obtient alors, à l'aide des formules données dans le document en annexe, le tracé de la fig. 2 page 42.

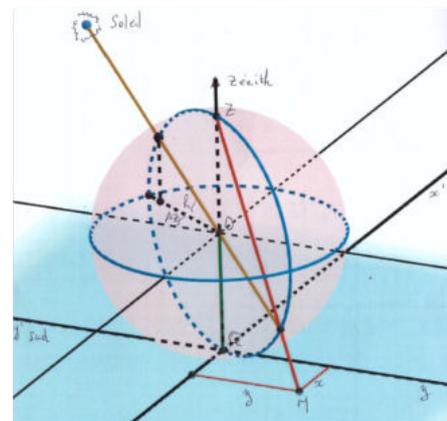
Pour lire l'heure solaire sur ce cadran (dans l'exemple : date - 02/04/2022 / azimut de l'ombre - 71.1° / heure solaire vraie - 16,1 h) :

- Orienter suivant la méridienne, Nord vers le haut.
- Sélectionner le cercle correspondant à la date (déclinaison).
- Lire l'heure à l'intersection de l'ombre du gnomon avec le cercle sélectionné.

2 - CADRAN HORIZONTAL PAR PROJECTION STÉRÉOGRAPHIQUE

La projection stéréographique est une projection « conforme » (c'est-à-dire qui conserve les angles des courbes entre elles sur la sphère céleste), qui projette tout cercle inscrit sur la sphère céleste en cercle ici sur le plan de l'horizon. Les arcs de déclinaisons et les lignes horaires sont donc des cercles orthogonaux.

- Le centre de projection est le zénith et le plan de projection est l'horizon du lieu.
- Le nadir se projette à la verticale : pied du style droit (gnomon) fixe.
- La méridienne du lieu (nord-sud) comprend les images du pôle nord et du pôle sud et l'image du nadir.
- Le cadran est limité par le cercle d'horizon.

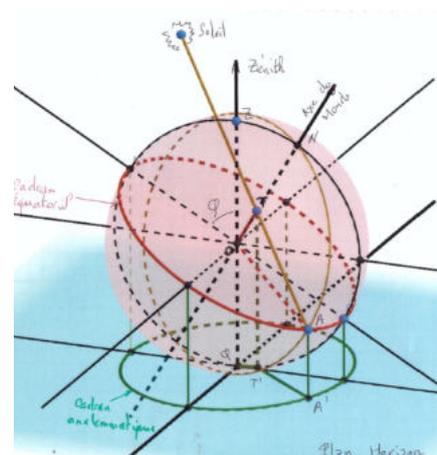


Comme pour tout cadran d'azimut, l'heure solaire se lit à l'intersection de l'ombre du gnomon avec le cercle de déclinaison correspondant à la date du jour sélectionné. Le tracé d'un tel cadran est reproduit page 42 (fig. 3). Le principe de lecture de l'heure solaire est identique au cadran précédent.

3 - CADRAN ANALEMMATIQUE

Le cadran horizontal analemmatique classique est la projection orthogonale sur le plan de l'horizon d'un cadran équatorial. Le gnomon vertical est, dans cette application, mobile, fonction de la date. L'heure solaire se lit à l'intersection de l'ombre du gnomon, correctement placé sur la date du jour, avec l'ellipse des heures (image du cercle de rayon R du cadran équatorial).

Soit δ la déclinaison du Soleil. Pour que l'ombre A de l'extrémité du gnomon T tombe sur le cercle du cadran équatorial de rayon R, la longueur du gnomon, porté par l'axe du monde, doit être égale à $R \cdot \tan \delta$. Le plan perpendiculaire à l'horizon et passant par la droite <Soleil, extrémité gnomon T et ombre A> contient les projections T' de T et A' de A : A' est donc l'intersection de l'ombre du gnomon vertical TT' avec l'ellipse, projection orthogonale de l'équateur sur le plan de l'horizon.



3.1 - Cadran analemmatique classique

Avec les formules données en annexe, on obtient le tracé représenté en page 42 (fig. 4) : le gnomon vertical doit être positionné dans le plan méridien sur la date du jour, son ombre donne l'heure solaire vraie par son intersection avec l'ellipse image.

3.2 - Cadran analemmatique à style fixe par décalage

Nous pouvons décider d'avoir un style fixe mais dans ce cas, il faut décaler les ellipses images, chacune de la valeur de son centre sur l'échelle des dates du cadran analemmatique classique. Voir fig. 5 page 42.

3.3 - Cadran analemmatique à style fixe avec ellipses images tangentes

Compte-tenu des difficultés à lire correctement les heures vers 6 h ou 18 h, nous pouvons enfin transformer les ellipses images en modifiant leurs échelles respectives pour les rendre tangentes entre elles au méridien inférieur, ce qui nous donne le cadran représenté fig. 6 page 42.

