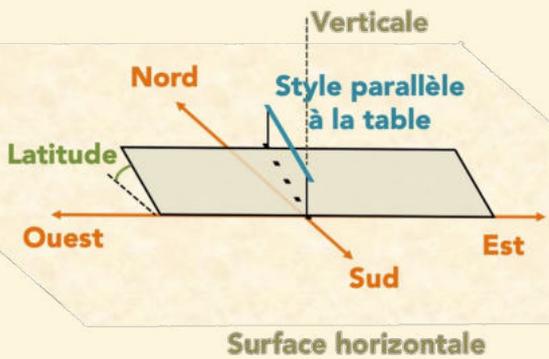


CADRAN POLAIRE ET CYLINDRIQUE

Henri Gagnaire

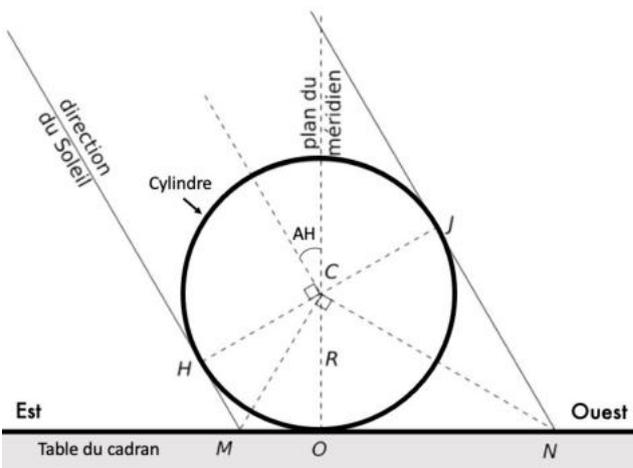


Le cadran polaire est, avec le cadran équatorial, l'un des cadrans solaires dont le concept est le plus facile à comprendre et dont la réalisation est la plus simple (il suffit d'un rapporteur pour tracer les lignes horaires).

La table du cadran est plane et inclinée d'un angle égal à la latitude du lieu par rapport au plan horizontal, le style est (lui aussi) parallèle à l'axe des pôles et les lignes horaires sont parallèles et symétriques par rapport à la ligne de midi solaire. Le style de tels cadrans est constitué le plus couramment d'une fine tige parallèle à la table ou d'une tige perpendiculaire à la table dont l'ombre de

l'extrémité permet de lire l'heure sur la table. Outre le schéma ci-contre (dessiné pour l'hémisphère nord) le MOOC cadrans solaires donne plus de détails (voir <https://www.cadrans-solaires.info/accés-au-mooc/>) sur la conception et la réalisation de cadrans polaires (introduction ajoutée par Roger Torrenti à l'article ci-après)

Et si l'on imaginait un cadran polaire dont le porte-ombre serait constitué d'un cylindre tangent à la table ? Un cadran innovant ou un cadran déjà conçu et réalisé ? Je ne sais pas à vrai dire mais espère vous convaincre que l'étude d'un tel cadran est intéressante !



Le cadran imaginé est donc constitué d'une table plane et d'un cylindre de rayon R, tous deux, comme rappelé ci-dessus, parallèles à l'axe de rotation terrestre. Le cylindre est fixé sur la table afin que l'une de ses génératrices soit tangente à la table. Comment tracer les lignes horaires de ce cadran ? C'est en fait assez simple et leur calcul ne fait appel qu'à des notions mathématiques ou astronomiques assez simples.

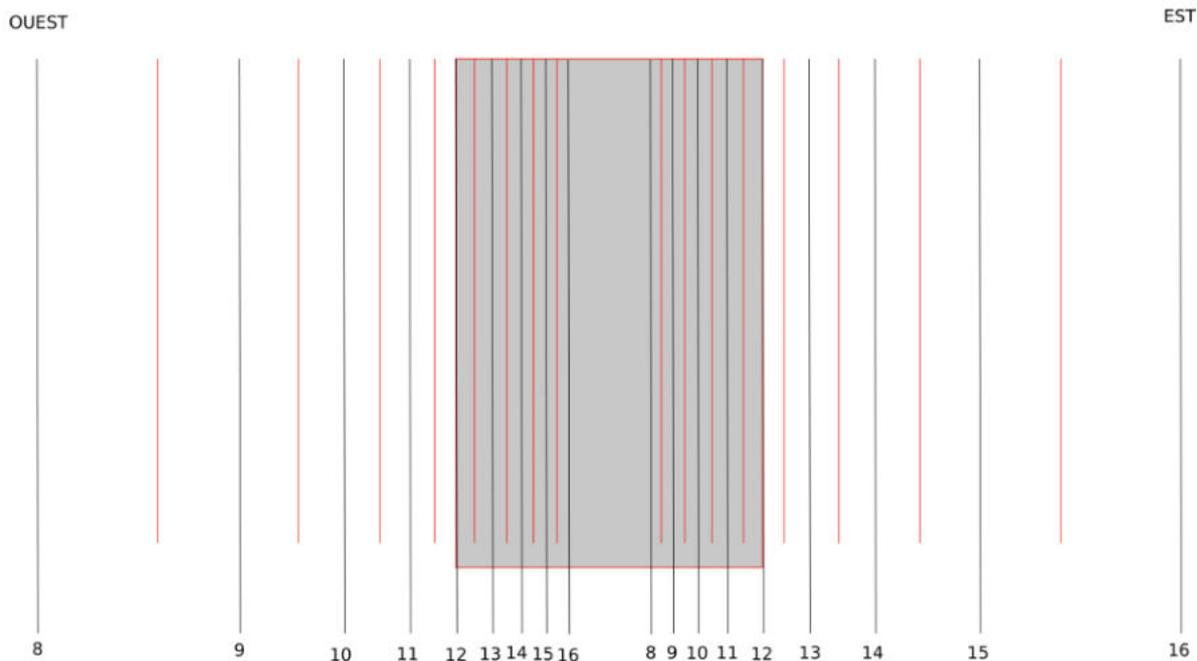
Considérons en effet le schéma ci-contre. Les ombres des deux bords du cylindre se projettent sur la table et permettent d'indiquer l'heure solaire. Il s'agit donc de calculer les longueurs OM et ON qui donnent la position des lignes horaires, qui sont logiquement des droites parallèles à la génératrice du cylindre.

Or, quelle que soit sa déclinaison, à une heure t, le Soleil est dans un plan qui fait un angle AH avec le plan du méridien, égal (en °) à $15(t-12)$. L'angle OCM étant la moitié de l'angle OCH qui est égal à $90^\circ - AH$, OM est donc égal à $R \tan(45 - AH/2)$.

Les triangles OCM et OCN étant semblables, on en déduit par ailleurs que $OM/R = R/ON$ (les deux valeurs sont inverses l'un de l'autre). On peut dès lors tracer les lignes horaires, le tableau ci-contre donnant leurs valeurs pour les heures du matin. Quant aux heures de l'après-midi, elles se déduisent logiquement de celles du matin par une symétrie par rapport à la droite où le cylindre tangente la table.

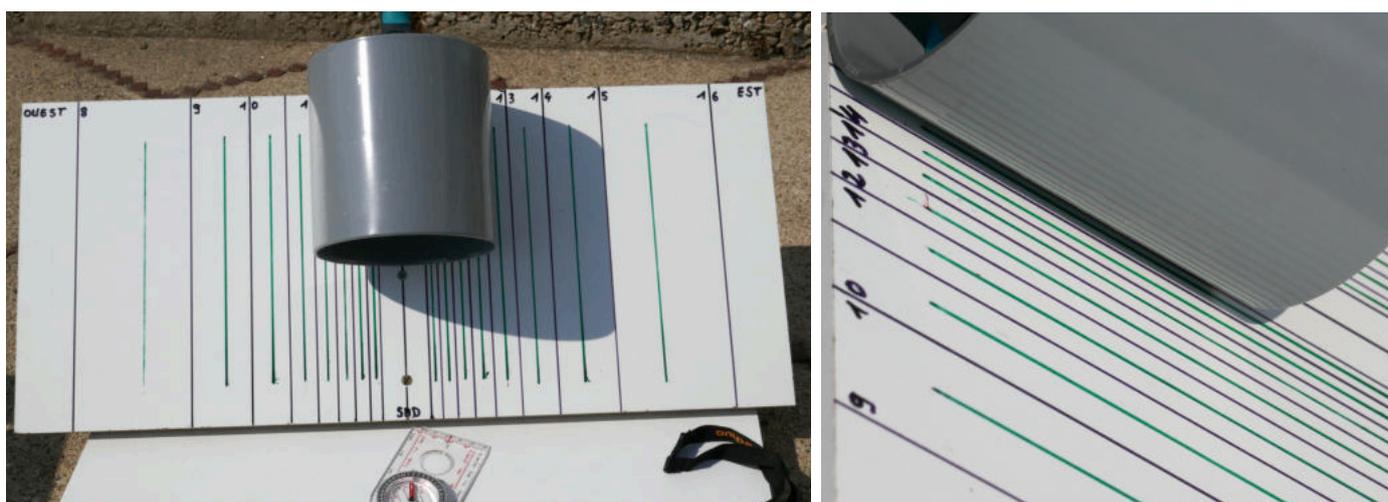
Heure solaire	OM/R	ON/R
12	1	1
11.5	0.8770	1.1403
11	0.7673	1.3032
10.5	0.6682	1.4966
10	0.5774	1.7321
9.5	0.4931	2.0278
9	0.4142	2.4142
8.5	0.3395	2.9459
8	0.2679	3.7321
7.5	0.1989	5.0273
7	0.1317	7.5958
6.5	0.0655	15.2571
6	0	infini

La figure ci-dessous montre le tracé des lignes horaires et l'ombre du cylindre à midi solaire lors d'un équinoxe.



Les photos ci-dessous du cadran expérimental réalisé selon ce principe ont été prises le 18 mai 2022 à 15 h solaire. Celle de gauche montre l'ombre extérieure. Celle de droite, prise quelques minutes plus tard montre l'ombre sous le cylindre et quelques lignes horaires supplémentaires dont celle de 12 h. Il faut reconnaître qu'il est assez difficile de lire l'heure sous le cylindre, surtout si le cadran est posé au sol...

L'utilisation d'un cylindre comme objet porte-ombre a deux avantages par rapport à l'utilisation d'une simple tige parallèle à la table. Tout d'abord, la lecture de l'heure s'effectue de chaque côté du cylindre. De plus, théoriquement, on peut lire l'heure même lorsque le Soleil est rasant à 6 h et 18 h...



Professeur de physique à l'université de Saint-Etienne, Henri Gagnaire henrigagnaire@gmail.com n'a découvert et ne s'est passionné pour la gnomonique qu'après sa retraite. Il contribue aujourd'hui activement aux activités de l'association Recherche Midi 42 <https://sites.google.com/view/cherche-midi-42>, dédiée notamment à la sauvegarde des cadrans solaires du département de la Loire (France) et à la diffusion des connaissances dans le domaine.