

Geogebra pour la gnomonique

Un court aperçu du logiciel Geogebra, à travers des exemples en gnomonique.

David Alberto

Un atout de Geogebra : multiplateforme

Geogebra est gratuit, et peut être installé sur **tout système d'exploitation** (Linux, Windows, macOS).




Il existe également une version **portable** : elle fonctionne sans installation, depuis une clef usb.

Geogebra existe aussi sur tablette.

Je recommande la **version 5**, nettement plus intuitive que la version 6.

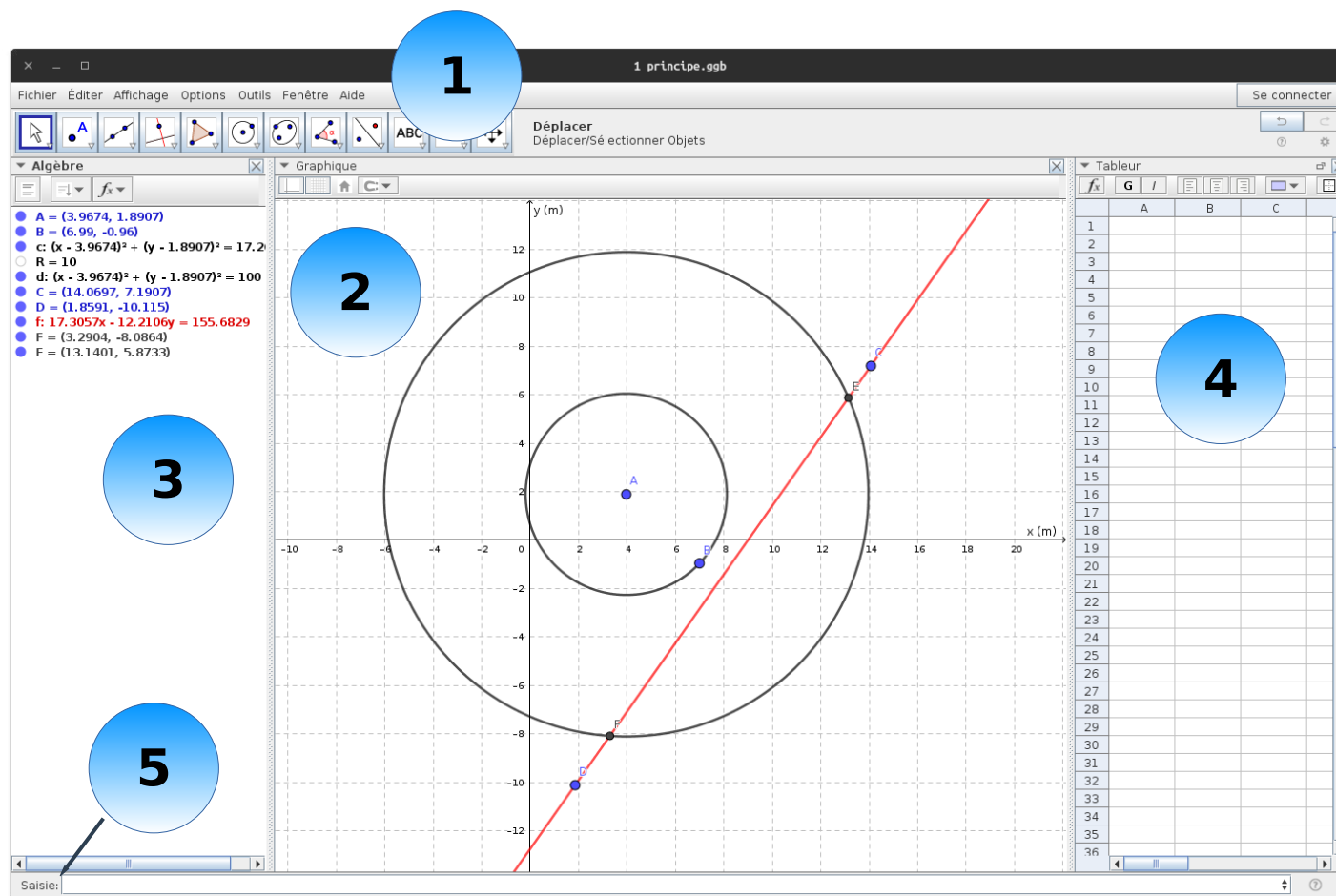
Téléchargement Applications GeoGebra

Applications GeoGebra hors ligne pour iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook et Linux

 <p>Calculatrice Graphique Tracez des fonctions, explorez des équations avec notre calculatrice graphique</p> <p>TÉLÉCHARGER LANCER</p>	 <p>Calculatrice 3D La calculatrice graphique 3D pour les surfaces et la géométrie dans l'espace</p> <p>TÉLÉCHARGER LANCER</p>
 <p>Géométrie Construisez des cercles, des angles, et plus encore avec notre app de géométrie</p> <p>TÉLÉCHARGER LANCER</p>	 <p>GeoGebra Classique 6 GeoGebra gratuit et tout en un : géométrie, tableur, statistiques, calcul formel</p> <p>TÉLÉCHARGER LANCER</p>
 <p>Calculatrice Formelle Tracez des fonctions, étudiez des équations, et représentez des données</p> <p>TÉLÉCHARGER LANCER</p>	 <p>GeoGebra Classique 5 GeoGebra gratuit et tout en un : géométrie, tableur, statistiques, calcul formel</p> <p>TÉLÉCHARGER</p>

<https://www.geogebra.org/download>

Geogebra : la géométrie dynamique



(1) menus

(2) zone de graphique

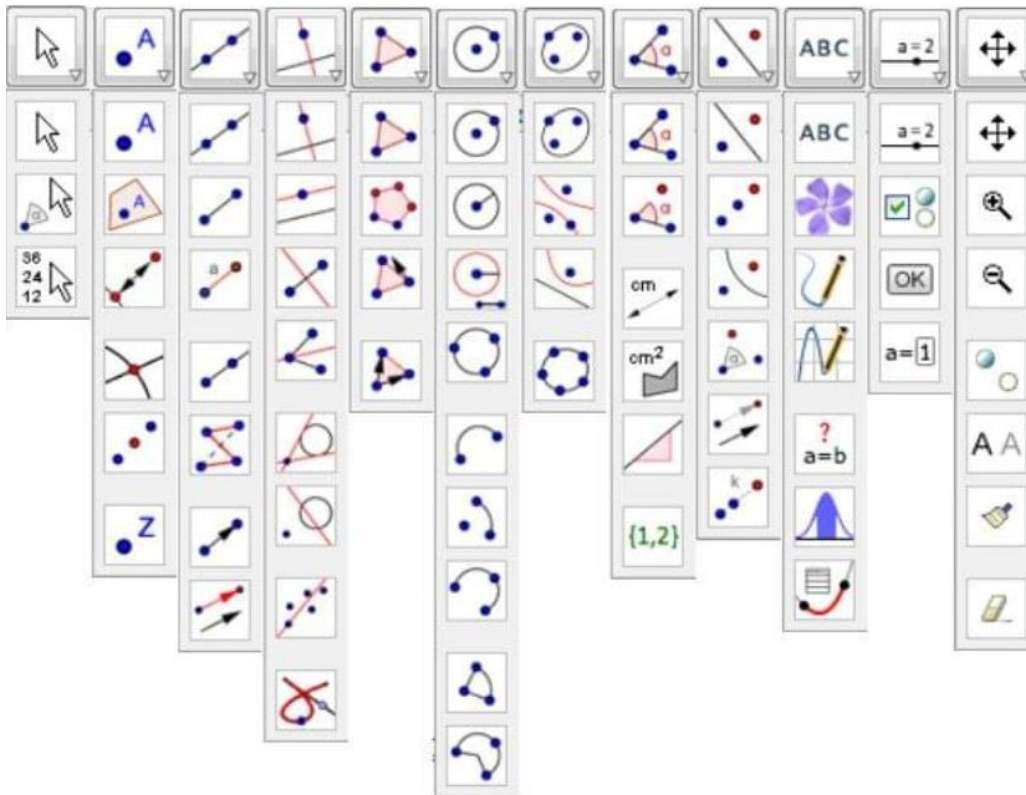
(3) zone «algèbre»

(4) zone «tableur»

(5) zone de saisie

Créer des éléments : deux manières

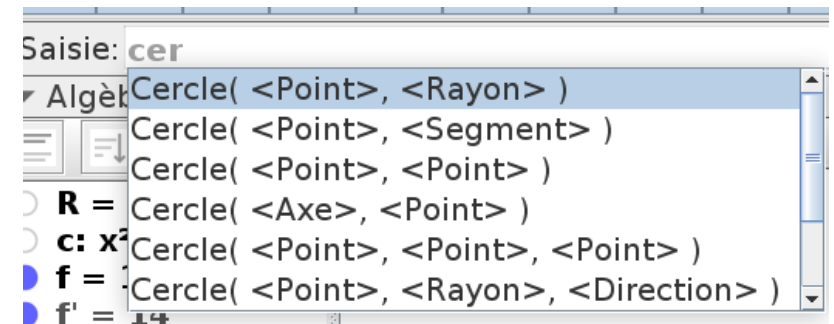
- dans le menu correspondant :



- dans la zone de saisie :

Saisie:

L'auto-complétion aide l'utilisateur à trouver la syntaxe correcte pour l'élément souhaité :



Geogebra affecte à un objet un nom par défaut, mais qui peut être modifié.

Quelques éléments les plus utiles :

Les points :

définis en coordonnées :

- **rectangulaires** (x,y)
- ou **polaires** (r;θ)

Le caractère séparant les coordonnées (virgule ou point-virgule) permet de détecter le choix de coordonnées.

Les curseurs :



On peut personnaliser les paramètres :

- valeurs minimale et maximale
- pas
- vitesse d'animation

Tous ces paramètres peuvent même *être définis par des éléments définis précédemment* :

Exemples :

Si un élément R est de valeur 4, on peut définir le pas du curseur comme étant «R».

Si un segment b est défini, le pas du curseur peut être «b» (longueur du segment), ou encore «C3» c-à-d. le contenu de la cellule C3 du tableur.

Geogebra : les angles

Dans les [réglages](#), on choisit l'unité d'angle par défaut (degré ou radian).

Si on veut définir explicitement un angle en degré, on peut ajouter le symbole «°» dans la déclaration entrée via la zone de saisie.

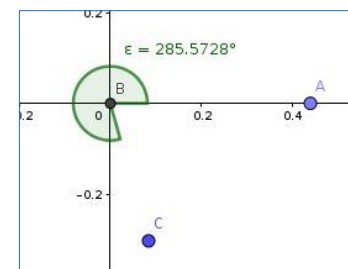
Saisie: $\varphi = 49^\circ$

En travaillant en degrés, la commande «arcsin(0.5)» renvoie automatiquement un angle en degrés.

Si on veut que la valeur de la variable en degré soit [sans unité](#) (c'est notamment nécessaire pour les fonctions), on termine la commande par «/°» (slash puis degré).

Saisie: $\arcsin(0.28)/^\circ$

Sur une figure géométrique, les angles sont comptés dans le [sens direct](#).



Parfois, la syntaxe déclarant un objet est automatiquement réécrite par Geogebra :

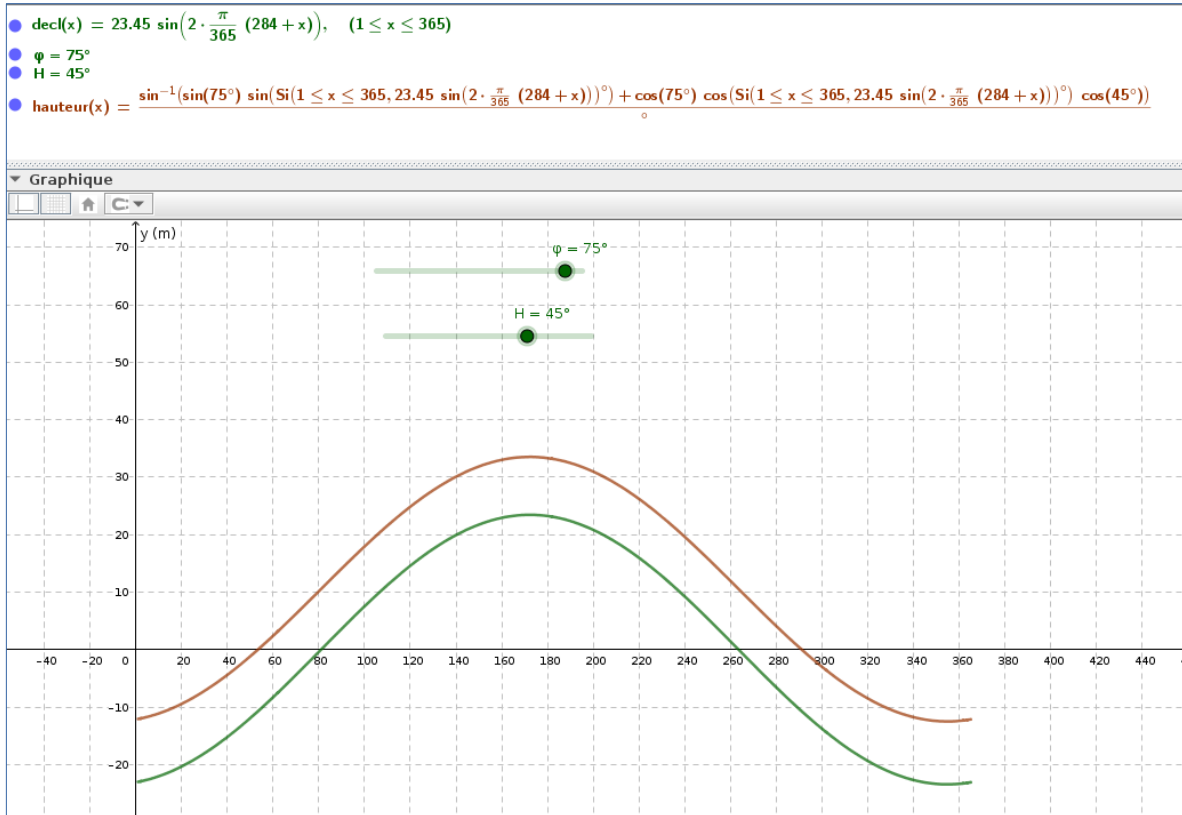
(syntaxe «asind» réécrite pour arcsinus en degré)

Saisie: $\arcsin(0.42)$



Saisie: $y = \text{asind}(0.42)$

Définir une fonction



L'expression est entrée dans la zone de saisie, sous la forme $f(x)=\dots$

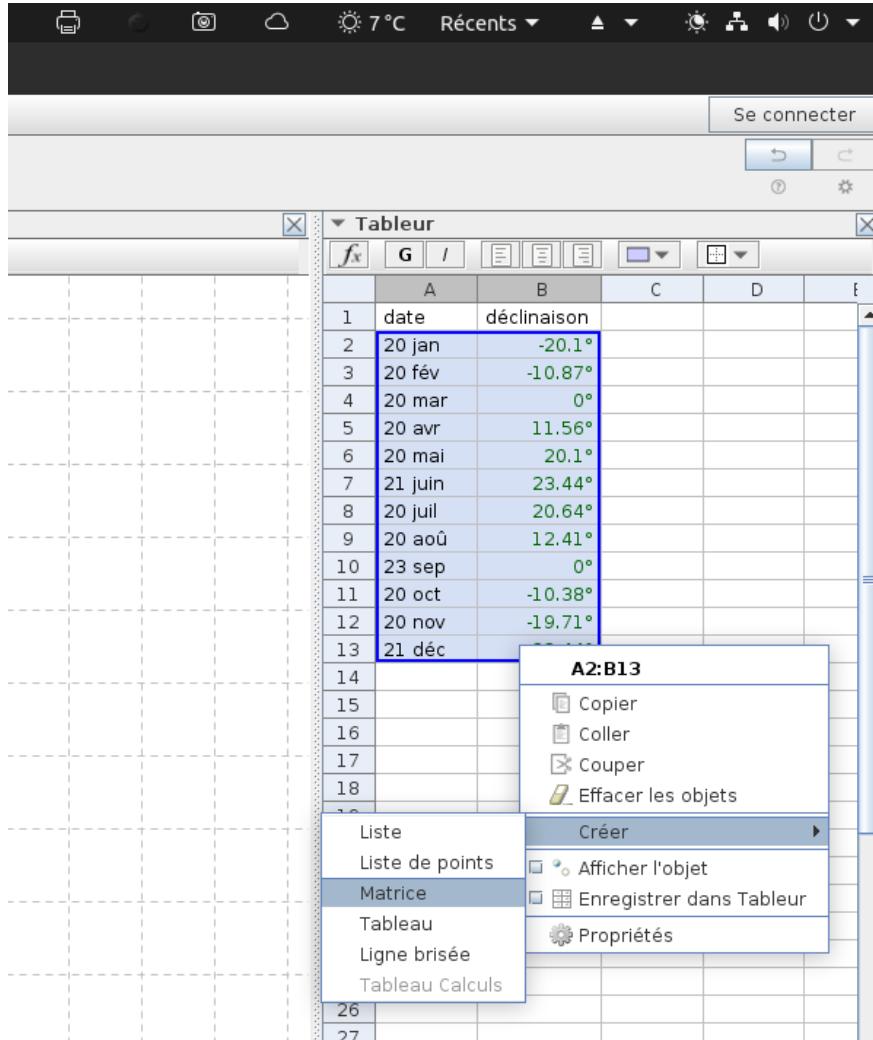
L'expression de la fonction peut faire intervenir des paramètres définis précédemment :

- curseur
- coordonnées d'un point
- pente d'une droite
- valeur d'une cellule du tableur
- ...

Déclaration de la fonction *hauteur* dans la zone de saisie :

Saisie: $\text{hauteur}(x) = \text{asind}(\sin(\varphi) \sin((\text{decl}(x))^\circ) + \cos(\varphi) \cos((\text{decl}(x))^\circ) \cos(H)) / ^\circ$

Parcourir les cellules du tableur avec un curseur



- sélectionner les valeurs du tableur
- avec un clic-droit, choisir «Créer Matrice» (nommée ici «l1»).

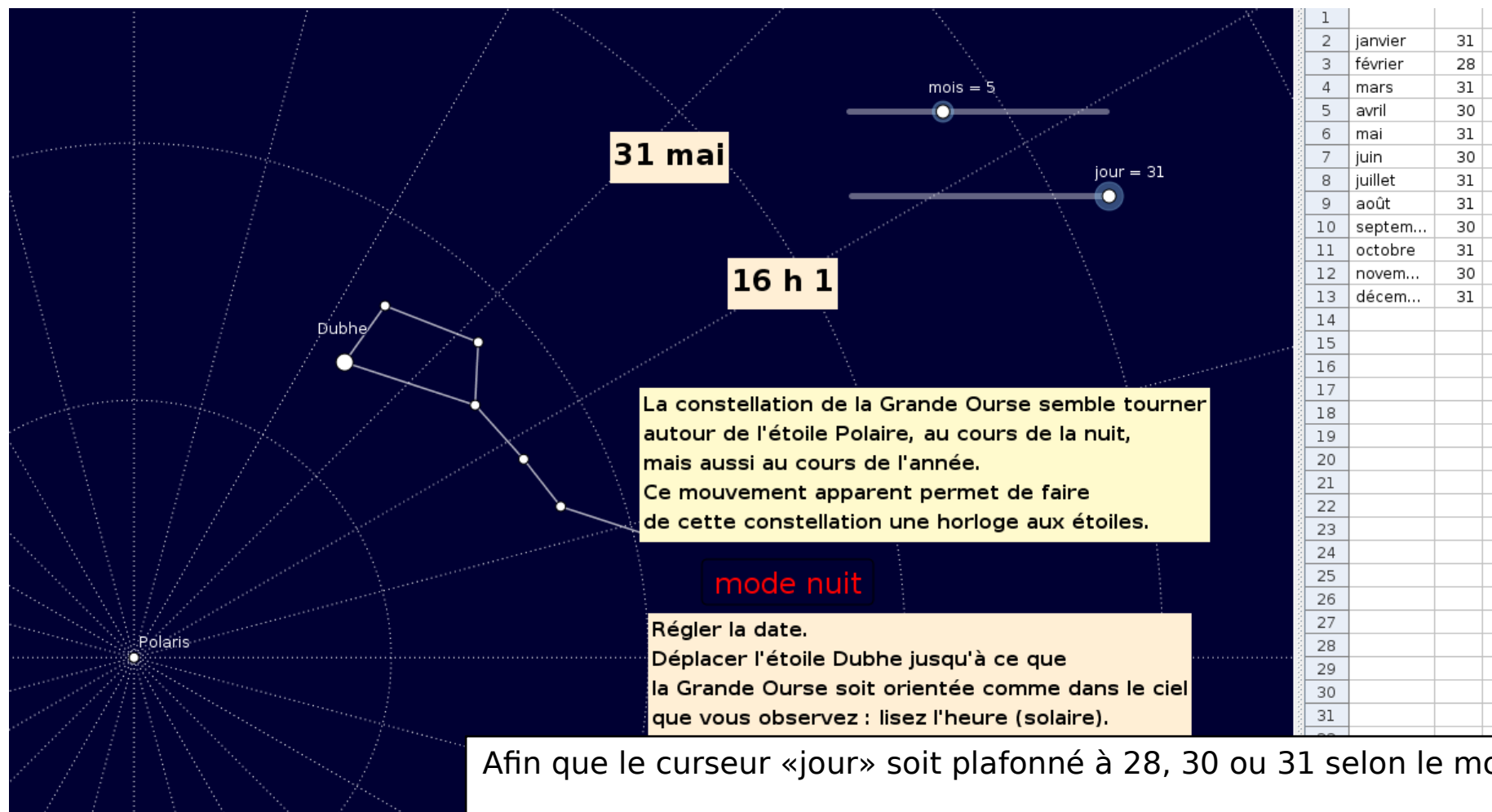
Puis :

- création d'un curseur **n** de 1 à 12
- création d'un nombre défini par la **n**ième ligne de la colonne 2 (déclinaison) de la matrice l1.

Saisie: $\alpha = \text{Elément}(l1, n, 2)$

Un exemple d'utilisation page suivante.

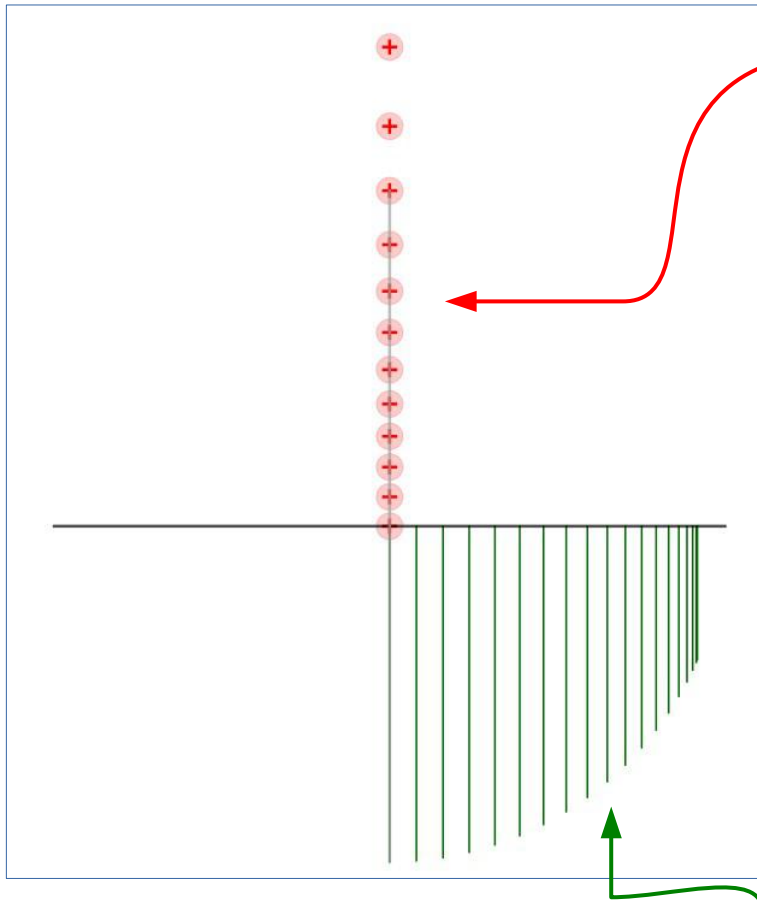
Exemple : animation «nocturlabe»



Les nombres de jours par mois sont entrés dans le tableur, pour les insérer dans une matrice.

Le maximum du curseur «jour» est défini comme l'élément de la matrice placé à la ligne de valeur «mois».

Les séquences : exemple du cadran *Navicula*



Pour positionner les graduations en latitude du mât de la navicula :

La hauteur du point sur le mât est exprimée par : $R \times \tan(latitude)$

On entre une **séquence** qui crée une liste de points de coordonnées $(0, R \times \tan(L))$,

avec L variant de 0 à 60, par pas de 5 :

Saisie: `L_3 = Séquence((0, R tan(L°)), L, 0, 60, 5)`

Même procédé pour les lignes horaires, variant comme $R \times \cos(\varepsilon) \times \cos(H)$ pour H variant de 0 à 90° (ici de 5 en 5).

Le protocole de construction

▼ Protocole de construction				
...	Nom	Description	Valeur	Légende
3	Segment f	Segment $[(-R, 0)(R, 0)]$	$f = 14$	
4	Segment f'	Image de f dans la rotation d'angle 90°	$f' = 14$	
5	Segment g	Segment $[(0, 0)(0, -R * 1.1)]$	$g = 7.7$	calendrier inférieur
6	Segment g'	Image de g dans la rotation d'angle $\sin^{-1}(\cos(23.44^\circ) \tan(23.44^\circ))$	$g' = 7.7$	calendrier inférieur
7	Segment g' ₁	Image de g dans la rotation d'angle $\sin^{-1}(\cos(23.44^\circ) \tan(23.44^\circ))$	$g'_1 = 7.7$	calendrier inférieur
8	Segment g' ₂	Image de g dans la rotation d'angle $\sin^{-1}(\cos(23.44^\circ) \tan(23.44^\circ))$	$g'_2 = 7.7$	calendrier inférieur
9	Segment h	Segment $[(0, 0)(R * 1.1, 0)]$	$h = 7.7$	calendrier latéral
10	Segment h'	Image de h dans la rotation d'angle $\tan^{-1}(\sin(11.47^\circ) / \cos(23.44^\circ))$	$h' = 7.7$	calendrier latéral
11	Segment h' ₁	Image de h dans la rotation d'angle $\tan^{-1}(\sin(20.47^\circ) / \cos(23.44^\circ))$	$h'_1 = 7.7$	calendrier latéral
12	Segment h' ₂	Image de h dans la rotation d'angle $\tan^{-1}(\sin(23.44^\circ) / \cos(23.44^\circ))$	$h'_2 = 7.7$	calendrier latéral
13	Point A	Intersection de c et f	$A = (7, 0)$	
14	Point B	Intersection de c et f	$B = (-7, 0)$	
15	Arc d	Demi-cercle défini par A et B	$d = 21.9911485751$	
16	Liste L ₄	Séquence(Segment((R cos(23.44°) cos(h°), 0), (R cos(23.44°) cos(h°), 0)), (R sin(23.44°) sin(h°), 0), (R sin(23.44°) sin(h°), 0))	$L_4 = \{2.7845195518, 2.8402222217, 2.8402222217, 2.7845195518\}$	
17	Liste L ₃	Séquence((0, R tan(L°)), L, (0, 60, 5))	$L_3 = \{(0, 0), (0, 0.6124206447), (0, 0.6124206447), (0, 0.6124206447), (0, 0.6124206447)\}$	graduation latitude du mât

Pour retrouver facilement les étapes d'une longue construction, on fait afficher la fenêtre «[protocole de construction](#)» :

Les étapes de construction défilent une par une, dans l'ordre.

On peut légender ces étapes.

Très utile pour se rappeler une construction ancienne, ou pour un fichier transmis à un autre utilisateur.

Exemple de construction 3D : arcs diurnes

Un jour donné, la ligne passant par le Soleil et la pointe du style décrit **un cône de révolution**.

Un arc diurne est **l'intersection de la table du cadran avec ce cône**.

Avec Geogebra, on peut utiliser la fenêtre de **graphique 3D** pour construire le cône de révolution, ainsi que son intersection sur le plan du cadran.

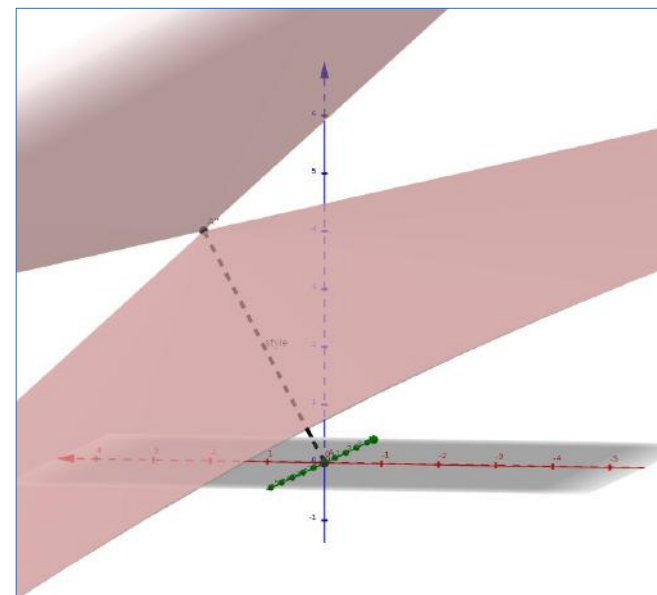
Équation du cône :

$$x^2 + y^2 = z^2 \cdot \tan^2(90 - \delta)$$

(δ : déclinaison)

Avec un cadran horizontal (axe z : zénith, axe x vers le nord), pour obtenir ce cône orienté correctement, on peut imaginer que le centre du cône subit :

- une translation selon z, de distance égale à la longueur du style
- une rotation autour de l'axe y et d'angle égal à la colatitute.



Exemple de construction 3D : arcs diurnes

Il faut donc **combiner** la commande déclarant le cône de révolution avec ces deux opérations. Dans la zone de saisie :

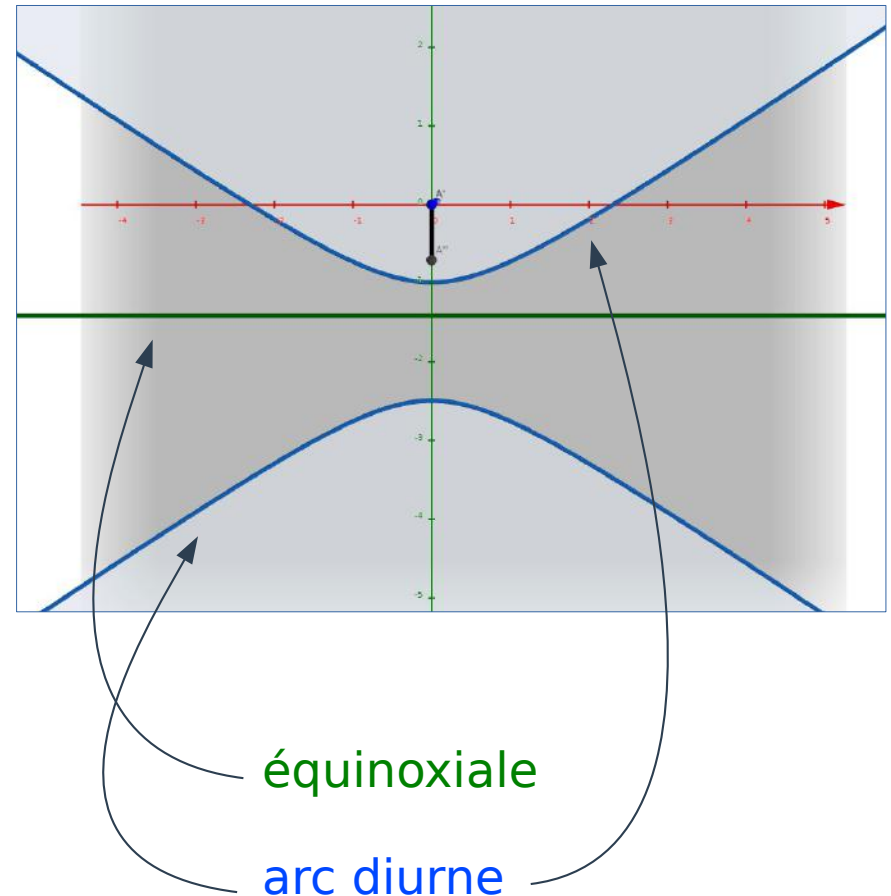
Rotation($x^2 + y^2 = (z - b)^2 \tan^2(90^\circ - \delta)$, $90^\circ - \varphi$, axeX)

b étant un curseur définissant la longueur du style.

Ensuite, on utilise les icônes 3D (ou la zone de saisie), pour définir l'intersection du cône avec le plan xOy : ce sont les hyperboles de déclinaison (arcs diurnes).

Pour la **ligne équinoxiale** :

- on crée un segment représentant le style.
- on utilise les fonctions «plan perpendiculaire» (au style) pour le plan équatorial, puis «intersection» (de ce plan avec la table du cadran).



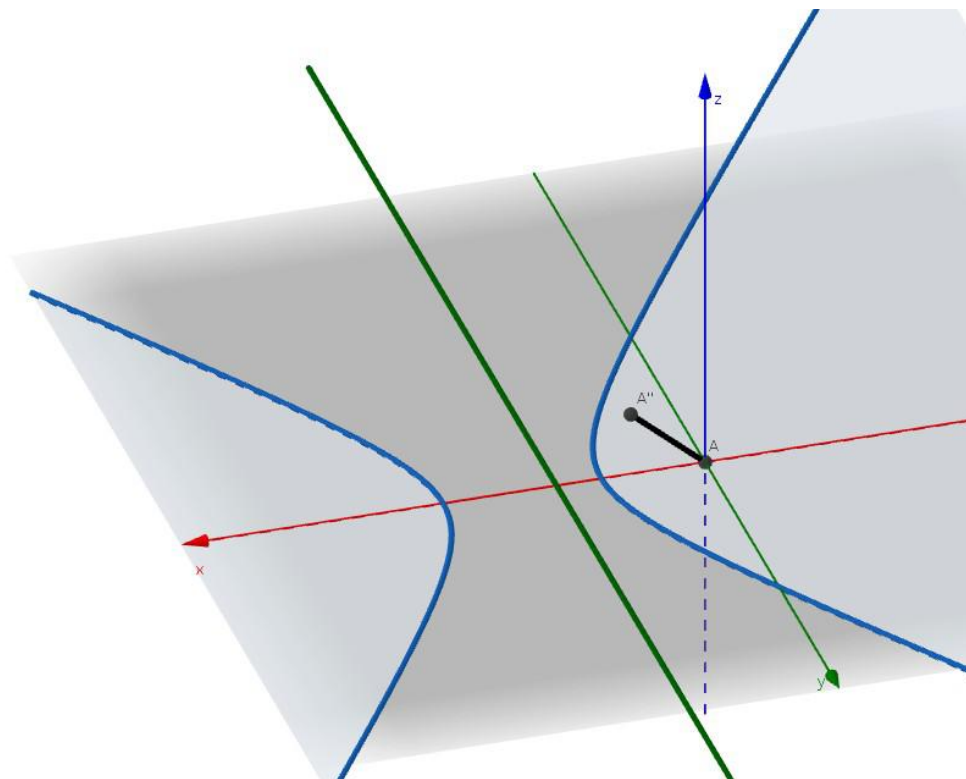
Exemple de construction 3D : arcs diurnes

Le résultat dans la fenêtre graphique 3D :

Avec cette méthode, on obtient les arcs diurnes sans entrer leurs équations.

Puisque la fenêtre **Graphique** affiche les axes x et y , on y voit tout les éléments contenus dans ce plan, donc tous les tracés de la table du cadran.

L'export en fichier image fournira le contenu de la fenêtre graphique (donc la table du cadran), et non la fenêtre 3D.



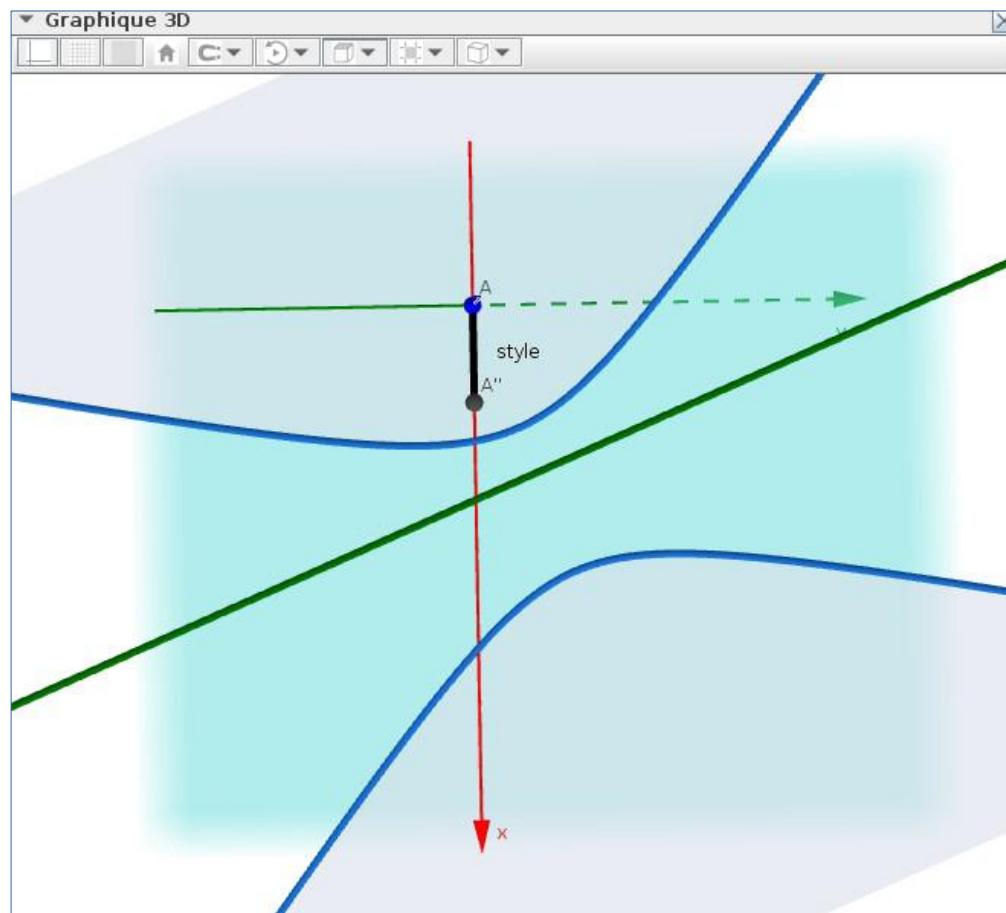
Exemple de construction 3D : arcs diurnes

Pour un cadran **vertical déclinant** :

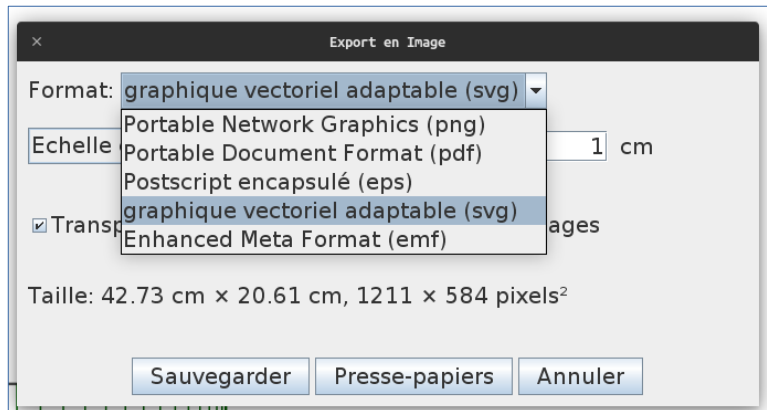
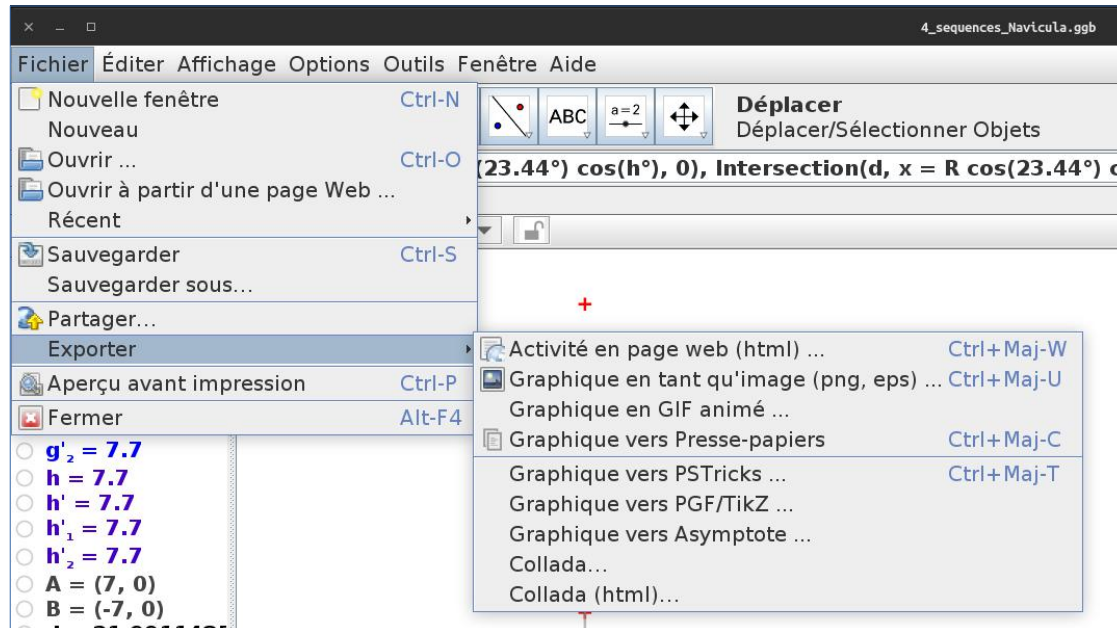
On crée un curseur D (déclinaison du mur)

On crée un nouveau plan par rotation du plan xy d'angle D. Ce sera le plan du mur.

Il reste à définir les arcs diurnes comme intersection du cône avec ce nouveau plan.



Export des tracés du graphique



Une fois le tracé achevé, Geogebra propose plusieurs formats pour exporter.

Je n'ai utilisé que l'export en tant qu'image vectorielle (format .svg).

Le fichier .svg peut être modifié avec un logiciel de création d'images vectorielles, tel que *Inkscape* (gratuit et multiplateforme)

Inkscape permet l'export en format .dxf (lisible par une découpeuse laser).

Ce qui m'a permis la construction de cadrans solaires sur bois, découpés et tracés au laser.

Partager les ressources

<https://www.geogebra.org/materials> : des fichiers mis à disposition par des utilisateurs.

(Pour des recherches par mots-clefs, essayer en plusieurs langues, éventuellement.)

On peut utiliser les animations en ligne, voire les télécharger.



Dans Geogebra (Menu Fichier → Partager...), on peut se connecter directement à son espace sur le site [geogebra.org](https://www.geogebra.org) (si on possède un compte), pour partager le fichier que l'on a créé.

Sur le forum d'Y. Massé : <http://gnomonique.fr/forum/> :

Un membre du forum a fait un travail remarquable avec différents types de cadrans solaires faits avec Geogebra.

Les liens de téléchargements ont été regroupés dans la page
«Les programmes GeoGebra de Stéphane»

<http://gnomonique.fr/forum/viewtopic.php?f=5&t=113>